

## **Modelagem da Volatilidade Condicional Incorporando o Efeito *Overnight* ao Tradicional Modelo GARCH: Um Estudo com Ações de Alta Liquidez da BM&FBovespa**

Breno Valente Fontes Araújo - Universidade Federal de Minas Gerais

Bernardo Franco Tormin - Universidade Federal de Minas Gerais

Marcos Antônio de Camargos - Universidade Federal de Minas Gerais e IBMEC-MG

### **Resumo**

A volatilidade tem bastante destaque nos estudos de Finanças, pois é um parâmetro fundamental na precificação de derivativos, alocação eficiente de portfólios e gestão de risco. Acredita-se que durante o período não regular do pregão ocorre a chegada de informações importantes capazes de impactar na volatilidade do dia. O presente estudo avalia a incorporação da variável explicativa *overnight*, caracterizada como valor absoluto da variação logarítmica do preço de abertura do dia e fechamento do dia anterior, no modelo Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (GARCH). Foram analisadas as cinco ações com maior índice de negociabilidade da BM&FBovespa no período de 2009 a 2015, e os resultados sugerem que o efeito *overnight* incorpora informações importantes para modelagem da volatilidade. Os coeficientes da variável exógena foram estatisticamente significativos para todos os papéis, e os critérios Akaike Information Criterion (AIC) e do Bayesian Information Criterion (BIC) indicam, em geral, melhores resultados para o modelo proposto.

**Palavras-chave:** Volatilidade, Volatilidade Condicional, Efeito *overnight*, Modelo GARCH.

### **Abstract**

*The volatility is widely studied in Finance, because it is a fundamental parameter in the pricing of derivatives, the efficient allocation of portfolios and risk management. We believed that during non-regular period of trading there is important information that can affect the volatility of the day. This study evaluates the incorporation of explanatory overnight variable, characterized as the absolute value of logarithmic variation of the day's opening price and the previous day's closing, in Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (GARCH). Therefore, we analyzed the five stocks with the highest negotiability index of the BM&FBovespa in the period 2009 to 2015. The results suggest that the overnight effect incorporates important information for modeling of volatility. The coefficients of the exogenous variable were statistically significant for all papers and AIC and BIC criteria indicate, in general, better results for the proposed model.*

**Keywords:** Volatility, Conditional Volatility, Overnight Effect, GARCH Model.

## 1. INTRODUÇÃO

O risco presente no mercado de ações é assunto bastante debatido na literatura de finanças, principalmente após o trabalho de Markowitz (1952), em que o risco é mensurado em termos da variância dos retornos. Desde então, a modelagem dessa variância se faz presente como aspecto primordial para o alcance de bons resultados no mercado de ações. Isso se deve não apenas por estar diretamente relacionada com os lucros dos agentes, mas também, por ser uma importante variável na precificação de derivativos. Neste sentido, o presente artigo avalia a incorporação de uma variável exógena, o efeito *overnight*, na fórmula da volatilidade condicional de um modelo GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*), amplamente utilizado para previsão da volatilidade.

Diversos estudos no Brasil e no exterior utilizam dados diários para a previsão da volatilidade condicional do dia seguinte. No Brasil, a maior parte desses estudos se desenvolveram nos últimos vinte anos e demonstram a boa performance dos modelos da família ARCH para previsão da volatilidade (CERETTA; COSTA JR., 2001; GAIO *et al.*, 2007; GALDI; PEREIRA, 2007; SILVA, 2009; MELLO, 2009; CAVALERI; RIBEIRO, 2011).

Entretanto, a maior parte dos estudos que buscam modelar a volatilidade condicional de ações ou índices desconsideram a variação que ocorre entre o período de abertura de um dia e o fechamento do dia anterior, também conhecido como período *overnight*. No Brasil, foram encontrados alguns estudos que buscam avaliar a significância das informações encontradas no *overnight* (SOUZA, 2004; ACCIOLY; MENDES, 2015), enquanto no exterior foram encontrados diversos estudos que debatem o tema (GALLO; PACINI, 1997; MARTENS, 2002; BARCLAY; HENDERSHOTT, 2004; TAYLOR, 2007; CHEN; YU; ZIVOT, 2012).

No Brasil, a Comissão de Valores Mobiliários (CVM) dispõe na instrução CVM nº 358 de janeiro de 2002 sobre as normas para divulgação e uso de informações sobre ato ou fato relevante relativo às companhias abertas. O artigo 5º desta instrução determina que (COMISSÃO DE VALORES MOBILIÁRIOS, 2002, p.5),

Art. 5º A divulgação de ato ou fato relevante deverá ocorrer, sempre que possível, antes do início ou após o encerramento dos negócios nas bolsas de valores e entidades do mercado de balcão organizado em que os valores mobiliários de emissão da companhia sejam admitidos à negociação.

Neste sentido, é provável que informações relevantes sejam divulgadas no período não regular do pregão e se reflitam no *after-market* ou no preço de abertura das ações. Tais informações tendem a influenciar a dinâmica do mercado durante o pregão regular, impactando diretamente na volatilidade das ações.

Além disso, estudos recentes buscam identificar a existência de cointegração entre mercados financeiros de diferentes países e o índice de mercado brasileiro, mais especificamente o Ibovespa. Estudos como o de Gaio e Rolim (2007), Lamounier e Nogueira (2007), Oliveira e Medeiros (2009), Vartanian (2012) e Tonin *et al.* (2013) identificam a existência de cointegração entre o mercado brasileiro e mercados internacionais. Portanto, há indícios de que movimentos que ocorrem em mercados internacionais tenham impacto sobre o mercado nacional da bolsa de valores.

Ainda, Nicolau (2012) aponta que a chegada de informação de forma intensa tende a aumentar a volatilidade dos retornos. O autor sugere inserir variáveis explicativas ao modelo de previsão de volatilidade condicional quando essas variáveis incorporarem informações que impactam na volatilidade. Zivot (2008) destaca estudos que identificam variáveis explicativas, que incorporadas aos modelos da família GARCH, melhoram os resultados de previsão, tais como volume transacionado, anúncios de dados macroeconômicos, retorno *overnight*, volatilidade *after-hours*, volatilidade implícita nos preços de opções e volatilidade realizada.

Acredita-se, então, que durante o período *overnight* ocorrem fatos relevantes para a modelagem da volatilidade condicional de uma ação e que essas informações podem estar contidas na variação entre o preço de abertura de um dia e o preço de fechamento do dia anterior. Desta forma, o presente trabalho busca estimar um modelo GARCH que incorpore o valor absoluto do log-retorno *overnight* como variável explicativa e compará-lo com o modelo GARCH tradicional para as cinco ações com maior Índice de Negociabilidade (IN) da BM&FBovespa.

## 2. REFERENCIAL TEÓRICO

### 2.1. Retorno, Risco e Volatilidade

A teoria moderna de finanças tem uma de suas bases no binômio discutido por Markowitz (1952), risco e o retorno. O retorno pode ser definido como a variação percentual do preço entre duas datas (RISKMETRICS®, 1996). Ainda segundo o RiskMetrics® (1996), devido à série de preços apresentar um comportamento contínuo, pode-se calcular a variação dos preços a partir do logaritmo natural do retorno, ou seja:

$$r_t = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1}) \quad (1)$$

em que  $\ln(P_t)$  é o logaritmo natural de  $P_t$ .

A preferência por se utilizar a série de log-retornos ao contrário de uma série de preços se deve ao fato das séries de retornos proporcionarem propriedades estatísticas mais interessantes, tal como a estacionariedade (TSAI, 2010).

Como apresentado por Markowitz (1952), o risco pode ser determinado pela volatilidade dos retornos ao longo do tempo. Partindo deste ponto, diversas formas de cálculo foram desenvolvidas para estimação da volatilidade do preço de um ativo. A volatilidade é um termo comumente utilizado em finanças para referenciar a flutuação dos retornos de um ativo. Ela pode ser calculada de diversas formas e a variância é uma das principais formas utilizadas para isto desde o trabalho de Markowitz (1952) que indica a variância como medida de volatilidade a ser utilizada. Um dos principais problemas desta técnica é o de atribuir peso igual para todas as observações, sendo pouco eficiente em capturar informações recentes, além de considerar a variância dos retornos constante ao longo do tempo, o que, muitas vezes, não é identificado em séries financeiras.

Para contornar isto, Engle (1982) propôs um modelo capaz de captar a flutuação da variância ao longo do tempo, que ficou conhecido como *Autorregressive Conditional Heteroskedasticity* (ARCH). Este modelo é caracterizado por calcular a volatilidade condicional de uma série de retornos a partir de uma função quadrática de seus retornos passados. Posteriormente, Bollerslev (1986) generalizou o modelo ARCH, introduzindo um

novo modelo denominado *Generalized Autorregressive Conditional Heteroskedasticity* (GARCH).

Existem, ainda, outras formas de estimação da volatilidade, como por meio do *Exponentially Weighted Moving Averages* (EWMA) apresentado pelo RiskMetrics® (1996), da Volatilidade Estocástica (TAYLOR, 1986) e por Redes Neurais Artificiais (RNA). Entretanto, tais métodos fazem parte do escopo do estudo e, portanto, não serão aprofundados. Para o estudo em questão, os modelos da família ARCH e GARCH serão utilizados para modelagem da volatilidade condicional.

## 2.2. Volatilidade Condicional - Modelos ARCH e GARCH

No início dos anos 80, iniciou-se o debate sobre os modelos autorregressivos com heterocedasticidade condicional para modelagem da volatilidade. Tais modelos surgiram da incapacidade dos modelos lineares autorregressivos em estimar a volatilidade, dado que as “inovações” (desvios em torno da equação da média) das séries de retorno apresentam, na maioria dos casos, um comportamento heterocedástico, ou seja, a variância ao longo do período não é constante.

As séries de retornos de ativos financeiros  $r_t$  apresentam como propriedade característica a não correlação serial, mas a existência de dependência em sua estrutura. Ou seja, os retornos passados não influenciam o retorno presente, mas a volatilidade é correlacionada aos retornos passados (MORETTIN, 2008). Neste sentido, Engle (1982) propôs o modelo ARCH em que a variância do retorno dos ativos pode ser modelada por meio de uma função quadrática. Matematicamente, para um modelo ARCH de ordem  $m$  tem-se que a equação da volatilidade será dada pela equação 5:

$$\epsilon_t = \sigma_t u_t; \text{ e } \sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^m \alpha_i \epsilon_{t-i}^2; \quad (2)$$

em que  $u_t$  é uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas (i.i.d.) com média 0 e variância 1,  $\omega > 0$  e  $\alpha_i \geq 0$  para  $i > 0$  e  $t = 1, \dots, m$ . A restrição dos coeficientes do modelo deve ser satisfeita a fim de se obter uma variância condicional positiva. Além disso, salienta-se que a distribuição de  $u_t$  segue, comumente na prática, a distribuição normal padronizada, ou a *t-Student* ou ainda a dos erros generalizados (GED) (TSAY, 2010; MORETTIN, 2008).

Os estimadores dos parâmetros dos modelos da família ARCH, assim como os demais da família GARCH expostos a seguir, podem ser obtidos pelo estimador de máxima verossimilhança (ENGLE, 1982; MORETTIN, 2008).

A equação da volatilidade do retorno de ativos na maioria dos casos exige um modelo ARCH de ordem elevada (muitos parâmetros) para ser descrito adequadamente (TSAY, 2010). Para contornar isso, Bollerslev (1986) propôs um modelo alternativo, conhecido como modelo GARCH. Formalmente, a equação de volatilidade para um modelo GARCH tradicional de ordem  $l$  e  $m$  pode ser expresso pela equação 6, qual seja:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^l \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^m \beta_j \sigma_{t-j}^2; \quad (3)$$

em que  $\epsilon_t$  apresenta as mesmas propriedades daquele explicitado formalmente no modelo ARCH,  $\omega > 0$ ,  $\alpha_i \geq 0$ ,  $\beta_j \geq 0$ , e  $\sum_{i=1}^{\max(l,m)} (\alpha_i + \beta_j) < 1$ . Como no caso dos modelos ARCH,  $u_t$  na prática é usualmente assumido seguindo uma distribuição normal padronizada ou *t-Student* ou dos erros generalizados (GED).

Pode-se destacar no cenário nacional alguns estudos que avaliam a utilização de tais técnicas para modelagem da volatilidade condicional de ativos e índices. Ceretta e Costa Jr. (2001) utilizaram modelos da família GARCH para investigar a relação risco-retorno, a presença de assimetria e sazonalidade diária na volatilidade condicionada de diversos índices da América Latina. Os autores concluíram que não há relação entre a volatilidade condicionada e os retornos e que a volatilidade apresenta um comportamento assimétrico na maioria dos países, enquanto não se verificou a presença de sazonalidade diária na volatilidade em nenhum dos países. Gaio *et al.* (2007) avaliaram modelos para estimação a volatilidade do índice Ibovespa, utilizando os da classe ARCH para tal, e concluíram que, em geral, o modelo EGARCH (1,1) apresentou melhor ajuste.

Galdi e Pereira (2007) compararam os modelos GARCH, o de Volatilidade Estocástica (VE) e o de suavização exponencial (EWMA), para modelagem da volatilidade e estimação do Valor em Risco (VaR) para ações da Petrobrás. Os autores concluíram que os três apresentam resultados semelhantes, mas o de suavização exponencial sofreu um menor número de violações para o VaR estimado.

Mello (2009) avaliou a capacidade de previsão da volatilidade futura a partir de informações obtidas nas opções da Petrobrás e da Vale, utilizando modelos GARCH e EWMA. O autor indicou que a volatilidade implícita observada no mercado contém informações importantes para previsão da volatilidade futura, porém, mostrou-se viesada. Além disso, para a Petrobrás o modelo GARCH se mostrou um eficiente previsor da volatilidade futura.

Cavaleri e Ribeiro (2011) analisaram se a combinação de modelos da família GARCH, de alisamento exponencial (EWMA) e de Volatilidade Estocástica, por meio de técnicas de combinação por média, pesos fixos ou peso móvel, apresentam melhores resultados do que os modelos isolados. Os autores concluíram que a combinação de diferentes técnicas proporcionou melhores resultados do que a utilização de cada técnica isoladamente.

Ressalta-se que os modelos da família GARCH permitem a inserção de variáveis explicativas que podem influenciar na volatilidade dos preços das ações. Diversas variáveis explicativas, como indicado no estudo de Zivot (2008), vêm proporcionando melhores previsões quando adicionadas à equação de variância condicional da família GARCH, tais como volume transacionado, anúncios de dados macroeconômicos, retorno *overnight*, volatilidade *after-hours*, volatilidade implícita nos preços de opções e volatilidade realizada.

### 2.3. Funcionamento da BM&FBovespa

O presente tópico busca evidenciar o funcionamento da principal bolsa de valores no Brasil, a BM&FBovespa. As suas atividades começam às 9h30min, horário em que se inicia o cancelamento das ofertas, indo até as 9h:45min. Logo em seguida tem-se o período de pré-abertura, em que é permitido emitir ordens de compra e venda até a abertura do pregão

regular, às 10h. Caso as ordens de compra e venda estejam no mesmo patamar, elas são casadas, impactando diretamente no preço de abertura da ação. Das 10h às 17h ocorre o período regular do pregão, em que o mercado fica aberto para negociações. Por fim, às 17h25min se inicia o *after-market* que vai até às 18h, porém a negociação do *after-market* ocorre a partir das 17h30min, pois das 17h:25min até as 17h:30min ocorre o cancelamento de ofertas, assim como antes do período de pré-abertura. A tabela 1 apresenta um resumo das atividades de funcionamento da BM&FBovespa durante todo o dia para o mercado à vista.

**Tabela 1- Funcionamento da BM&FBovespa**

Mercado	Cancelamento de Ofertas		Pré-Abertura		Negociação		Call de Fechamento		After-Market			
	Início	Fim	Início	Fim	Início	Fim	Início	Fim	Cancelamento de Ofertas		Negociação	
	Início	Fim	Início	Fim	Início	Fim	Início	Fim	Início	Fim	Início	Fim
Mercado a vista	09:30	09:45	09:45	10:00	10:00	16:55	16:55	17:00	17:25	17:30	17:30	18:00

Fonte - Adaptada da BM&FBovespa (2015).

Como mencionado anteriormente, a BM&FBovespa apresenta dois horários de negociação de ações, podendo ser realizada durante o pregão regular, entre as 10h e às 17h, e durante o *after-market*, entre as 17h30min e 18h. O *after-market* é a única forma de negociação após o fechamento do pregão, e, por isso, se apresenta como um dos meios de variação entre os valores de fechamento e abertura, e se faz fundamental compreender seu funcionamento e suas particularidades. Além do *after-market*, o período de pré-abertura também contribui diretamente para a variação entre o preço de abertura de um dia e o preço de fechamento do dia anterior, haja vista que, apesar de não ocorrer a transação, as ordens já são casadas e o preço de abertura reflete tal fato.

Durante o *after-market*, apenas operações no mercado à vista estão autorizadas à negociação, não sendo autorizadas operações com derivativos. Ainda, para que esteja apto a ser negociado, o papel deve ter sido comercializado durante o pregão regular do mesmo dia. As operações são dirigidas por ordens e fechadas automaticamente por meio do Sistema Eletrônico de Negociação da BM&FBovespa, assim como no pregão regular. As ordens realizadas durante o pregão regular permanecem válidas durante o período de *after-market*, sendo realizadas automaticamente, desde que atendam aos limites de negociação. O limite estipulado de variação de uma ação é de 2%, seja para mais ou para menos. O sistema rejeita as ofertas de compra a preço superior ao limite e as ofertas de venda a preço inferior ao limite. Vale ressaltar que as operações realizadas durante o *after-market* não são divulgadas no Boletim Diário de Informações (BDI) do dia, mas sim no BDI do dia posterior (BM&FBOVESPA, 2009).

#### 2.4. Período *Overnight*

O período *overnight*, ou seja, o período entre o fechamento de um dia e a abertura do dia seguinte, vem sendo foco de muitos estudos ao longo dos anos. A maior parte dos estudos avaliam como as informações deste período impactam no comportamento do mercado no pregão regular.

No Brasil, Souza (2004) analisou se a incorporação do efeito *overnight* ao modelo GARCH, leva à redução na persistência de volatilidade. Para isso, ele utilizou dados diários das oito ações mais líquidas da BM&FBovespa, concluindo que foi detectado o efeito redução na persistência da volatilidade para estas ações. Entretanto, não foi possível concluir sobre o melhor modelo de estimação, devido aos diferentes resultados para cada uma das ações.

Accioly e Mendes (2015) avaliaram a inserção da volatilidade realizada como variável exógena ao modelo GARCH, além de incorporar o retorno ao quadrado do período *overnight* em suas análises. Os autores concluíram que o retorno do período *overnight* tem poder explicativo em alguns casos, mas apresentou menor poder do que a abordagem de um fator apresentada por eles.

Já no exterior, diversos estudos apresentam a importância das informações no período não regular do pregão e buscam avaliar seus impactos sobre a volatilidade de ações e índices. Gallo e Pacini (1997) avaliaram se as variações entre o preço de abertura de um dia e o preço de fechamento do dia anterior tem poder explicativo sobre a volatilidade condicional de diferentes índices. Os autores destacaram que ao prever a volatilidade fora da amostra (*out-of-sample*), ao se adicionar essa variável, o modelo apresentou resultados superiores ao modelo GARCH tradicional.

Contudo, Martens (2002) examinou se o modelo GARCH, ao incluir diversas formas da volatilidade *after-hours*, pode melhorar as previsões da volatilidade do dia seguinte para operações de futuros do S&P500, concluindo que essa inclusão não apresenta uma melhora significativa para o modelo.

A partir da ideia de que o período *overnight* incorpora informações importantes para modelagem da volatilidade, Taylor (2007) avaliou o valor econômico desta informação para agentes que trabalham com gestão de risco. O autor utilizou uma variedade de modelos de volatilidade condicional e os resultados mostraram que as informações do *overnight* têm impacto significativo sobre a volatilidade condicional dos ativos analisados, promovendo modelos mais precisos para gestão do risco, por exemplo, para utilização da métrica Value-at-Risk (VaR).

Chen, Yu e Zivot (2012), estenderam o modelo GARCH tradicional para previsão da volatilidade condicional a partir de dados intradiários, para um modelo que abrange também o período não regular do pregão para as 30 ações mais líquidas da NASDAQ. Os autores se diferenciam dos demais ao fragmentar o período não regular em três: pós-fechamento, *overnight* e pré-abertura. Ao analisarem os resultados, os autores concluíram que o pós-fechamento e a variação *overnight* apresentam pouca explicação sobre a volatilidade condicional, enquanto o período pré-abertura apresenta significância estatística sobre tal variável.

Barclay e Hendershott (2003) indicaram que os preços são mais eficientes e mais informações são reveladas por hora durante o pregão regular do que no *after-market* devido à intensidade e quantidade de operações realizadas neste período. Entretanto, a pequena negociação durante o *after-market* pode evidenciar significativas explicações para o preço das ações. Ainda de acordo com os resultados apontados pelos autores, as transações de ações individuais são mais informativas durante o *after-market* do que durante o pregão regular.

Adicionalmente, Barclay e Hendershott (2004) apontaram, que após o pregão regular, as ações tendem a representar mais informações privadas do que durante o pregão e que os agentes que negociam no *after-market* tendem a ser mais profissionais e representarem instituições. Os autores ainda indicaram que as transações realizadas no período após o pregão regular se tornam importantes apenas quando apresentam atividades transacionais suficientes. Ou seja, não faz sentido analisar ações que apresentem pouca variação fora do pregão regular, o que também justifica a escolha pela amostra das empresas brasileiras com maiores índices de negociabilidade.

### 3. METODOLOGIA

#### 3.1. Tratamento e Coleta de Dados

Conforme o objetivo delineado de se estudar a influência do efeito do *overnight* sobre o comportamento dos ativos durante o pregão, selecionou-se as 5 empresas com maior índice de negociabilidade pertencentes à carteira teórica do Ibovespa no momento da análise (outubro de 2015). Desse modo, coletaram-se as cotações diárias dos preços de fechamento e abertura da Ambev (ABEV4), da Bradesco (BBDC4), do Itaú (ITSA4), da Petrobrás (PETR4) e da Vale (VALE5) para o período de 1 de janeiro de 2009 à 1 de outubro de 2015 por meio do sítio eletrônico do *Yahoo! Finance*. A escolha do período de análise está relacionada com a contemplação de momentos de crise no sistema financeiro, tal como a crise da solvência de dívidas na Europa e os problemas políticos associados as dívidas públicas no Brasil, o que permite incorporar períodos de alta e baixa volatilidade. Adicionalmente, salienta-se que para o caso da BBDC4, eliminou-se as cotações diárias iniciais pela inexistência do registro de volume da ação, ou seja, os preços diários de fechamento e de abertura começam no dia 12 de julho de 2010.

De modo a se trabalhar com o comportamento da volatilidade dos retornos para os ativos destacados, definiu-se que o retorno para o dia  $t$  será  $r_t = \log(P_t) - \log(P_{t-1})$ , tal que  $P_t$  representa o preço de fechamento do dia  $t$ . Por sua vez, de modo a analisar a influência dos retornos *overnight* sobre a volatilidade do preço da ação durante o pregão, define-se o retorno *overnight* como  $rover_t = \log(PA_t) - \log(P_{t-1})$ , em que  $PA_t$  representa o preço de abertura do dia  $t$ . A preferência por se utilizar a série de retornos ao contrário de uma de preços se deve ao fato das séries de retornos proporcionarem propriedades estatísticas mais interessantes, tal como a ergodicidade e estacionariedade (TSAY, 2010).

#### 3.2. Análise dos Dados

De posse destes dados, é possível realizar a estimação dos modelos. Entretanto, antes de iniciar deve-se realizar alguns testes para identificação das propriedades das séries de retornos. Os modelos de estimação da volatilidade condicional (ARCH, GARCH, etc.) apresentam, basicamente, duas equações: a de média e a de variância condicional. Ambas devem ser estimadas simultaneamente, dado que a variância é em função da média (TSAY, 2010). Entretanto, para utilização dos modelos da família ARCH, pressupõe-se que o retorno da série é não correlacionado, o que não é verificado em grande parte das séries financeiras. Portanto, é necessária, primeiramente, a modelagem da equação da média na busca por eliminar tal efeito. Para isto, utiliza-se um modelo autorregressivo (AR), ou de médias móveis (MA), ou ainda, ambos (ARIMA) quando necessário.

Como indicado por Tsay (2010), inicialmente foi realizado o teste de Ljung-Box sobre a série de log-retorno, a fim de verificar a existência de correlação serial para possível ajustes na equação da média. Depois de realizado o ajuste, foi realizado o teste para verificação do efeito ARCH (Multiplicador de Lagrange) sobre os resíduos (“inovações”) da equação da média ajustada, para verificação da presença de heterocedasticidade.

Para o trabalho em questão, foi realizado um ajuste na equação da média apenas quando necessário. Quando não foi identificada a correlação serial, foi utilizada a própria média da série de retorno para cálculo do “desvio” em relação à mesma. O teste para heterocedasticidade se faz fundamental, pois caso não se encontre tal efeito, os modelos da família GARCH não são necessários.

Feito isso, estima-se os diversos modelos para comparação. Além do modelo tradicional, será estimado o novo modelo, de forma a incorporar a variável explicativa a ser avaliada. De acordo com o interesse em se avaliar o efeito das variações dos retornos do período *overnight* na volatilidade do ativo financeiro durante o pregão, a equação de volatilidade do GARCH tradicional deverá ser modificada de modo a incluir o módulo do log-retorno *overnight*, assim como feito por Gallo e Pacini (1997) e de Souza (2004). Vale ressaltar que não foram utilizadas defasagens para as variáveis exógenas, dado que tais valores já são incorporados no retorno diário (*close-to-close*). Neste sentido, formalmente a equação da volatilidade será dada por:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^l \alpha_i r_{t-1}^2 + \sum_{i=1}^m \beta_i \sigma_{t-1}^2 + \lambda |r_{over_t}|; \quad (4)$$

em que  $\lambda$  será o coeficiente da equação de volatilidade para os valores absolutos dos retornos *overnight* ( $|r_{over_t}|$ ) no tempo  $t$ . De acordo com Tsay (2010), na maioria das aplicações em séries temporais, apenas modelos GARCH de ordens menores são utilizados, tais como GARCH(1,1), GARCH(1,2) e GARCH(2,2). Segundo Andersen e Bollerslev (1998), o modelo GARCH (1,1) é normalmente suficiente para grande parte das séries financeiras. Com o objetivo de refinar os modelos e recomendado por Morettin (2008), os modelos foram estimados até a ordem 2, ou seja, (1,1), (1,2), (2,1) e (2,2), a fim de identificar aquele que melhor se adequa às séries.

Para checar se os modelos estão bem especificados, as “inovações” (resíduos) padronizadas devem formar uma sequência de variáveis aleatórias i.i.d, em que o efeito da heterocedasticidade tenha sido eliminado. Pode-se utilizar o teste de Ljung-box ou o multiplicador de Lagrange (LM), como indicado por Tsay (2010), para testar tal fato. Por utilizar o *software* R, será utilizado o Multiplicador de Lagrange, já especificado anteriormente, para tal verificação, sendo excluídos da análise aqueles modelos que apresentarem *p-valor* menor que 0,05. O cálculo das “inovações” padronizadas, ou resíduos padronizados, é feito da seguinte forma:

$$\tilde{\varepsilon}_t = \frac{\varepsilon_t}{\sigma_t} \quad (5)$$

em que  $\tilde{\varepsilon}_t$  são as “inovações” padronizadas. Os modelos que não estiverem bem especificados serão excluídos da análise. A escolha do melhor modelo será feita de acordo com a análise do *Akaike Information Criterium* (AIC) e do *Bayesian Information Criterium* (BIC), que serão descritos a seguir. Uma única base de dados pode ser ajustada por diferentes

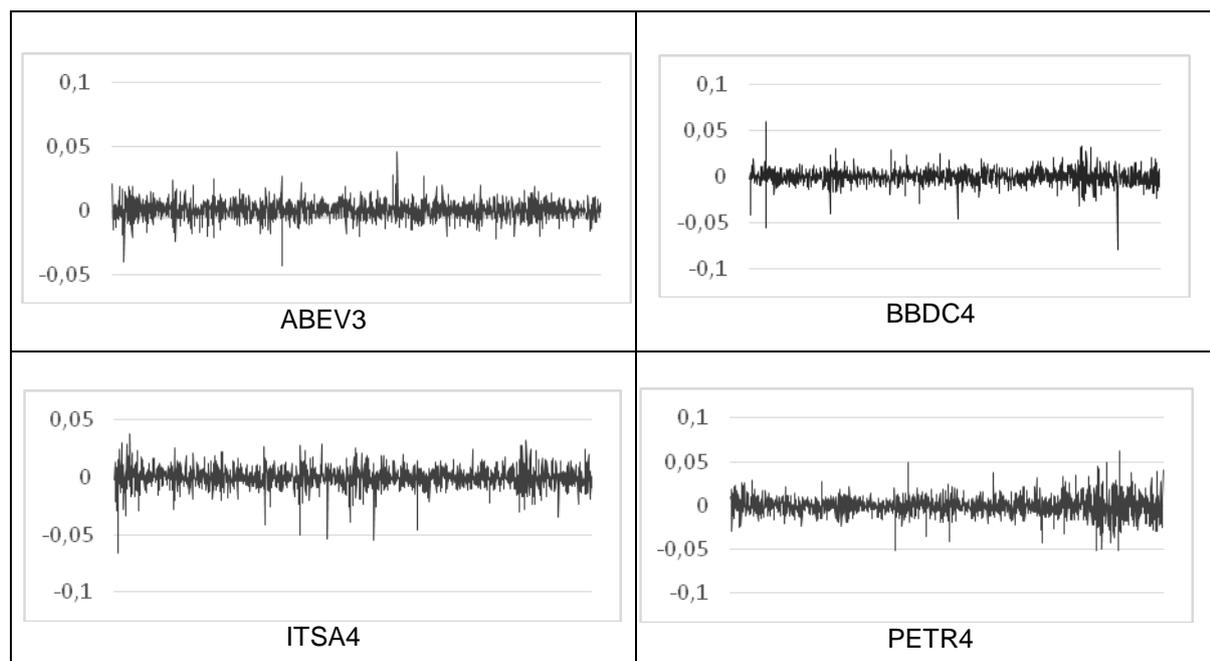
modelos e, quando múltiplos modelos estão adequadamente ajustados aos dados, faz-se necessário a escolha do melhor modelo.

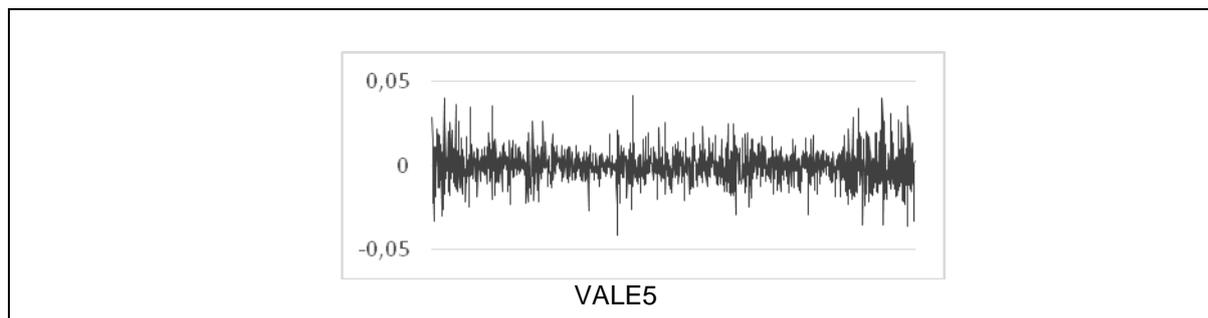
O AIC, proposto por Akaike (1974) seria uma função em que se penaliza a qualidade do modelo ajustado segundo o número de parâmetros estimados. Neste sentido, a interpretação que se faz para o valor do AIC será de quanto menor, melhor. A equação do cálculo do AIC pode ser expressa como  $AIC = -2L + 2p$ ; em que L representa o valor máximo da função de log verossimilhança do modelo e p o número de parâmetros estimados. A inferência do BIC, proposto por Schwarz (1978), é análoga a exposta pelo AIC, ou seja, quanto menor, melhor. Todavia, o BIC se diferencia do outro critério sublinhado por considerar a questão do tamanho amostral conjuntamente com o número de parâmetros estimados como fator penalizador da qualidade do ajuste. Desta maneira, o cálculo do BIC pode ser realizado por meio da seguinte fórmula, a saber:  $BIC = -2L + p \cdot \ln(n)$ ; tal que n seria o tamanho amostral do conjunto de dados utilizado na estimação do modelo. Para ambos critérios, quanto menor o valor, melhor, ou seja, serão selecionados como melhores aqueles que apresentarem menores valores de AIC e BIC.

#### 4. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Inicialmente, os dados foram tratados de forma a se ter a série de log-retornos *close-to-close* e a série de log-retornos *overnight*. A figura 1 descreve o comportamento das séries dos log-retornos diários dos papéis das cinco ações ao longo do período analisado. Desse modo, permite-se inferir que os log-retornos se concentram em torno de uma média próxima de 0 ao longo dos anos, havendo a evidência de picos em que o log-retorno assumiu valores muito altos ou baixos. Adicionalmente, verifica-se a partir dos picos que a variação do log-retorno não aparenta ser constante, o que acusa a existência de um possível comportamento heterocedástico da variância. Destaca-se, também, a alta volatilidade das ações da Petrobrás recentemente, provavelmente devido às investigações da operação Lava-Jato.

Figura 1- Gráficos dos log-retornos diários das cinco ações analisadas





Fonte - Elaborada pelos autores.

Antes de estimar o modelo para volatilidade condicional, avaliou-se a adequação da equação da média e a existência de heterocedasticidade. Neste sentido, foram aplicados o teste de Ljung-Box sobre a série de log-retornos para verificação de existência ou não de correlação serial e o teste ARCH (Multiplicador de Lagrange) para verificação da existência de heterocedasticidade dos resíduos (“inovações”) da equação da média. A tabela abaixo apresenta o p-valor para os testes realizados para as séries das cinco ações.

**Tabela 2- P-valor dos testes para verificação da correlação serial e da presença de heterocedasticidade na série de log-retornos diários.**

Ativo	Teste Ljung-Box para correlação da série de log retorno		Teste ARCH para os resíduos em torno da média
Defasagem	12	24	12
ABEV3	0,1958	0,3013	0,0079
BBDC4	0,0095*	0,0630	0,0002
ITSA4	0,1637	0,4018	0,0000
PETR4	0,3877	0,3666	0,0000
VALE5	0,5771	0,1791	0,0000

\* Hipótese de correlação serial não rejeitada

Fonte: elaborada pelos autores

O teste de Ljung-Box apresenta p-valor maior que 0,05 para a série de log-retornos de todas ações, exceto para a BBDC4, o que indica para a rejeição da hipótese nula de que a série de dados é i.i.d.. Tal fato indica a existência de correlação serial apenas para os dados desses papéis. Fez-se necessário, então, um ajuste da equação da média. Utilizou-se um modelo AR(1) e constatou-se um p-valor para o teste Ljung-Box de cerca 0,94, eliminando a correlação serial existente. Enquanto para as demais, não foi necessário um ajuste para a equação da média.

A partir do ajuste, quando necessário, foi realizado o teste para verificação de existência ou não de heterocedasticidade. O teste ARCH realizado apresenta um valor menor do que 0,05 para todas ações, o que indica para rejeição da hipótese nula de que não há heterocedasticidade, ao nível de 5% de significância. Portanto, se comprova a existência do efeito ARCH (heterocedasticidade) e, a conseqüente, necessidade de utilização de modelos da família ARCH/GARCH para todas as séries de log-retornos.

Posteriormente, foram realizadas as estimações de cada modelo. O resultado resumido para cada uma das ações se encontra na tabela abaixo, indicando o AIC, BIC, assim como o p-valor do teste para verificação do ajuste do modelo. O teste realizado para verificação do modelo foi o teste ARCH (Multiplicador de Lagrange) e aqueles que apresentaram p-valor menor que 0,05 foram excluídos da análise, pois não apresentam ajustes adequados.

**Tabela 3- Resultados para a estimação dos modelos**

Ativo	Modelo	Ordem	AIC	BIC	Teste ARCH para os resíduos padronizados (p-valor)
ABEV3	GARCH	1,1	-7,1751	-7,162	0,2354
		1,2	-7,1753	-7,1590	0,2924
		2,1	-7,1734	-7,1570	0,2255
		2,2	-7,1741	-7,1545	0,2435
	GARCH + OV	<b>1,1</b>	<b>-7,2487</b>	<b>-7,2323</b>	<b>0,6878</b>
		1,2	-7,1741	-7,1545	0,2942
		2,1	-7,2484	-7,2288	0,5589
		2,2	-7,2456	-7,2227	0,3394
BBDC4	GARCH	1,1	-6,6791	-6,6588	0,5278
		1,2	-6,6785	-6,6541	0,5836
		2,1	-6,6785	-6,6541	0,5781
		2,2	-6,6769	-6,6485	0,4452
	GARCH + OV	<b>1,1</b>	<b>-6,9194</b>	<b>-6,8950</b>	<b>0,2880</b>
		1,2	-6,9053	-6,8769	0,3158
		2,1	-6,9077	-6,8792	0,3268
		2,2	-6,9062	-6,8737	0,7185
ITSA4	GARCH	1,1	-6,6334	-6,6202	0,0819
		1,2	-6,6331	-6,6166	0,6066
		2,1	-6,6326	-6,6161	0,6198
		2,2	-6,6319	-6,6121	0,2310
	GARCH + OV	1,1*	-6,8222	-6,8057	0,0060
		1,2*	-6,8220	-6,8022	0,0037
		2,1*	-6,8230	-6,8032	0,0044
		<b>2,2</b>	<b>-6,8218</b>	<b>-6,7987</b>	<b>0,0914</b>
PETR4	GARCH	<b>1,1</b>	<b>-6,3456</b>	<b>-6,3324</b>	<b>0,0535</b>
		1,2*	-6,3444	-6,3278	0,0076
		2,1*	-6,3462	-6,3296	0,0340
		2,2*	não converge		
	GARCH + OV	1,1*	-6,4226	-6,4059	0,0004
		1,2*	não converge		
		2,1*	-6,345	-6,3251	0,0345
		2,2*	-6,4466	-6,4233	0,0062
VALE5	GARCH	1,1	-6,6081	-6,595	0,3756
		1,2	-6,6048	-6,5884	0,4873
		2,1	-6,6076	-6,5911	0,342
		2,2*	não converge		
	GARCH + OV	1,1*	-6,7583	-6,7419	0,0002
		1,2	-6,7580	-6,7383	0,0629
		<b>2,1</b>	<b>-6,7645</b>	<b>-6,7448</b>	<b>0,1721</b>
		2,2	-6,6057	-6,5827	0,2399

Nota: OV = *overnight*, (\*) Modelos excluídos da avaliação por não apresentarem bom ajuste.  
Fonte: Elaborada pelos autores.

Ao avaliar os resultados por meio dos parâmetros AIC e BIC, percebe-se uma melhora significativa nos ajustes dos modelos quando incorporado o log-retorno absoluto do *overnight* aos mesmos. Para todas as ações há uma melhora nos indicadores, sendo que apenas para a Petrobrás não se determinou o modelo que incorpora tal variável como melhor por não apresentar bons ajustes em nenhuma das ordens analisadas. Para tal ação, o modelo indicado como de melhor estimação foi o GARCH (1,1), com valores de AIC e BIC de -6,3456 e -6,3324.

Para os papeis da Ambev e do Bradesco, o modelo indicado como de melhor ajuste foi o GARCH (1,1) + OV, enquanto para o Itaú foi o modelo GARCH (2,2) + OV, e para a Vale foi o modelo GARCH (2,1) + OV. Em todos os casos há um aumento significativo nos resultados dos critérios de informação AIC e BIC, o que sugere a importância da incorporação do efeito *overnight* nos modelos de estimação da volatilidade condicional.

No caso da Ambev, o modelo que não incorpora o efeito *overnight* e é melhor ajustado apresenta AIC e BIC iguais a -7,1751 e -7,1620 (GARCH(1,1)), respectivamente. Enquanto o modelo melhor ajustado e que incorpora o efeito *overnight* apresenta AIC e BIC iguais a -7,2487 e -7,2323 (GARCH(1,1)+OV), respectivamente.

Já no caso do Bradesco, o modelo que não incorpora o efeito *overnight* e é melhor ajustado apresenta AIC e BIC iguais a -6,6791 e -6,6588 (GARCH(1,1)), respectivamente. Enquanto o modelo melhor ajustado e que incorpora o efeito *overnight* apresenta AIC e BIC iguais a -6,9194 e -6,8950 (GARCH(1,1)+OV), respectivamente.

Para o Itaú, o modelo que não incorpora o efeito *overnight* e é melhor ajustado apresenta AIC e BIC iguais a -6,6334 e -6,6202 (GARCH(1,1)), respectivamente. Enquanto o modelo melhor ajustado e que incorpora o efeito *overnight* apresenta AIC e BIC iguais a -6,8218 e -6,7987 (GARCH(2,2)+OV), respectivamente.

Por fim, para a Vale, o modelo que não incorpora o efeito *overnight* e é melhor ajustado apresenta AIC e BIC iguais a -6,6081 e -6,5950 (GARCH(1,1)), respectivamente. Enquanto o modelo melhor ajustado e que incorpora o efeito *overnight* apresenta AIC e BIC iguais a -6,7645 e -6,7448 (GARCH(2,1)+OV), respectivamente.

É interessante observar que, para todas as ações, quando não incorporado o efeito *overnight*, o modelo tradicional GARCH (1,1) apresenta bom ajuste e os melhores resultados, de acordo com os critérios de informação utilizados. Já ao incorporar a variável explicativa, alguns modelos demandam uma maior ordem do modelo GARCH para seu melhor ajuste, tais como as ações do Itaú e da Vale. No que se refere às ações da Ambev e do Bradesco basta o GARCH (1,1) incorporando a variável explicativa para obter um bom ajuste e os melhores resultados de acordo com os critérios de informação.

Com o objetivo de caracterizar o comportamento dos coeficientes dos modelos, desenvolveu-se a tabela 4. O coeficiente  $\mu$  representa a média da série de dados, ou ainda a constante do modelo AR(1) quando o mesmo se fez necessário. O coeficiente AR(1) simboliza a relação do retorno de um dia com o do dia anterior. Já o  $\omega$  é a constante do modelo GARCH estimado, ou seja, a parcela volatilidade condicional que independe das demais variáveis. O coeficiente  $\alpha$  mensura a extensão da magnitude do efeito de um choque no log-retorno do dia anterior na volatilidade condicional do dia. O coeficiente  $\beta$  mensura a persistência da volatilidade, ou seja, o quanto a volatilidade condicional de um período

anterior impacta sobre a volatilidade condicional do dia. Por fim, o coeficiente  $\lambda$  mensura o quanto o módulo do log-retorno *overnight* impacta sobre a volatilidade condicional. A tabela foi desenvolvida de forma a apresentar apenas os modelos GARCH(1,1) com e sem a incorporação da variável exógena, pois objetiva-se apenas entender o comportamento dos coeficientes, que se assemelha para ordens maiores do modelo GARCH.

**Tabela 4- Coeficientes dos modelos GARCH(1,1) com e sem a variável explicativa**

Ativo	Modelo	M	AR(1)	$\Omega$	A	$\beta$	$\Lambda$
ABEV3	GARCH(1,1)	0,000468*		0,000006*	0,080238*	0,781106*	
	GARCH(1,1) + OV	0,000479*		0,000019*	0,135146*	0,139623	0,004755*
BBDC4	GARCH(1,1)	-0,000213	0,00385	0,000007*	0,071028*	0,843203*	
	GARCH(1,1) + OV	0,000068	0,025522	0,000018*	0,056251*	0,199554*	0,009576*
ITSA4	GARCH(1,1)	-0,000026		0,000005*	0,09216*	0,853729*	
	GARCH(1,1) + OV	0,000096		0,000021*	0,078979*	0,135762*	0,010889*
PETR4	GARCH(1,1)	-0,000169		0,000002	0,063651*	0,922762*	
	GARCH(1,1) + OV	-0,000366		0,000004	0,098046*	0,559475*	0,007953*
VALE5	GARCH(1,1)	0,000022		0,000002	0,061393*	0,920855*	
	GARCH(1,1) + OV	-0,00032		0,000004	0,036493	0,328898*	0,011911*

\* Coeficientes significativos ao nível de significância de 5%.

Fonte - Elaborada pelos autores.

Ao analisar os coeficientes apresentados acima, percebe-se, claramente, uma grande redução dos valores de  $\alpha$  e  $\beta$  quando incorporada a variável explicativa *overnight*. Ou seja, é caracterizado um efeito menor da persistência da volatilidade dos retornos conjuntamente com o menor efeito de picos em sequência dos retornos sobre a volatilidade condicional, quando acrescida o módulo dos log-retornos *overnight* aos modelos.

Adicionalmente, ressalta-se que em todos os casos a variável explicativa *overnight* foi significativa ao nível de 5% de significância, demonstrando sua importância para os modelos. Portanto, o período *overnight* apresenta a chegada de informações importantes para a estimação da volatilidade, resultado que corrobora com os resultados encontrados nos estudos de Gallo e Pacini (1998), Taylor (2007) e Chen, Yu e Zivot (2012).

A tabela abaixo indica os coeficientes dos modelos identificados como mais indicados para cada uma das cinco ações. A interpretação de cada um dos coeficientes é semelhante à descrita acima, se diferenciando por alguns modelos apresentarem dois novos coeficientes:  $\alpha_2$  e  $\beta_2$ . Esses coeficientes indicam nada mais do que o impacto de uma “inovação” e a persistência da volatilidade defasados duas vezes no tempo, respectivamente.

**Tabela 5 - Coeficientes dos modelos que apresentaram melhores resultados**

Ativo	Modelo	$\mu$	AR(1)	$\omega$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\Lambda$
ABEV3	GARCH(1,1) + OV	0,0005*		0,0000*	0,1351*		0,1396		0,0048*
BBDC4	GARCH(1,1) + OV	0,0001	0,0255	0,0000*	0,0563*		0,1996*		0,0096*
ITSA4	GARCH(2,2) + OV	0,0001		0,0000*	0,0706*	0,0296	0,0815*	0,0000	0,0109*
PETR4	GARCH(1,1)	-0,0002		0,0000	0,0637*		0,9228*		
VALE5	GARCH(2,1) + OV	-0,0002		0,0000	0,0142	0,0873*	0,2515*		0,0119*

\* Coeficientes significativos ao nível de significância de 5%.

Fonte - Elaborada pelos autores.

Destaca-se, mais uma vez, a importância da incorporação da variável explicativa aos modelos, se mostrando estatisticamente significativa ao nível de 5%. Outro aspecto interessante é que a média da série de dados foi estatisticamente diferente de zero apenas para a Ambev, o que caracteriza o bom desempenho de suas ações no período analisado. A Petrobrás foi a única empresa em que a variável *overnight* não apresentou melhores resultados por problemas de ajustes. Mesmo ajustando o modelo GARCH até a ordem 2, os resíduos (“inovações”) padronizados não aparentaram ser i.i.d., como necessário. Tal fato pode ser consequência da alta volatilidade recente desses papéis devido à crise política e à operação Lava-Jato da polícia federal, que evidenciou um esquema de corrupção dentro da empresa e contribuiu para aumento da volatilidade dos retornos das ações da empresa.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo deste estudo foi avaliar a incorporação da variável explicativa do efeito *overnight*, caracterizado pelo valor absoluto dos log-retornos *overnight*, na equação de volatilidade dos modelos GARCH (1,1), GARCH (1,2), GARCH (2,1) e GARCH (2,2), e averiguar se o modelo proposto apresenta resultados melhores se comparado ao simples GARCH. Neste sentido, foram analisadas as cinco ações que apresentavam maior índice de negociabilidade da BM&FBOVESPA, a saber, ABEV3, BBDC4, ITSA4, PETR4 e VALE5, com a amostra de 2009 até o início de outubro de 2015. Para verificar a relevância do efeito *overnight* na equação de volatilidade dos retornos, foram analisados se os coeficientes dos modelos ajustados para cada ativo financeiro eram significativos estatisticamente a um nível de significância de 5%. Por sua vez, para a comparação do modelo tradicional GARCH e o outro acrescido do efeito da variável exógena, recorreu-se ao uso dos critérios AIC e BIC.

Os resultados encontrados indicam que a variável exógena incorpora informações importantes ao modelo, sendo significativa para todos os ativos analisados. Ainda, os critérios AIC e BIC indicam que modelos com a variável exógena *overnight* apresentam melhor resultado na modelagem da volatilidade condicional se comparada ao modelo tradicional para todos os ativos, menos para a Petrobrás, em que o ajuste dos modelos que incorporaram a variável explicativa não foi bom.

Além disso, ao incorporar a variável exógena, constatou-se uma redução significativa dos coeficientes do modelo GARCH tradicional ( $\alpha$  e  $\beta$ ). Ou seja, ao incorporar o valor absoluto do log-retorno *overnight* no modelo, o impacto das “inovações” e da persistência da volatilidade em períodos anteriores sobre a volatilidade condicional foi bastante reduzida. Resultado este também encontrado no estudo de Galo e Pacini (1998) e Souza (2004).

Os resultados, em geral, corroboram com os apresentados em estudos anteriores como Galo e Pacini (1998), Taylor (2008) e Chen, Yu e Zivot (2012), que apontam para a chegada de informações importantes durante o período *overnight* para estimação da volatilidade condicional, independentemente de sua natureza, seja positiva ou negativa. Tais resultados podem ser de grande valia para os agentes do mercado, seja na alocação eficiente de um portfólio, na precificação de derivativos, ou na gestão do risco de carteiras.

Aponta-se como oportunidade de estudos futuros, utilizar o modelo proposto para previsão da volatilidade, utilizando uma análise *out-of-sample*, verificar a qualidade do modelo para cálculo de métricas comuns na gestão de risco, tal como o Value-at-Risk, e ainda uma expansão do modelo para uma análise mais aprofundada do período *overnight*, podendo a análise ser subdividida em período *after-market* e pré-abertura.

## REFERÊNCIAS

- AKAIKE, H. A new look at the statistical model identification. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v.19, n. 6, p. 716-723, 1974.
- ACCIOLY, V. B.; MENDES, B. V. de M. EGARCH-RR: realized ranges explaining EGARCH volatilities, **Relatório COPPEAD**, v. 416, p. 1-23, 2015.
- ANDERSEN, T. G.; BOLLERSLEV, T. Answering the skeptics: yes, standard volatility models do provide accurate forecasts. **International Economic Review**, v. 39, n. 4, p. 885–905, 1998.
- BARCLAY, M. J.; HENDERSHOTT, T. Price discovery and trading after hours. **Review of Financial Studies**, v. 16, n. 4, p. 1041-1073, 2003.
- BARCLAY, M. J.; HENDERSHOTT, T. Liquidity externalities and adverse selection: evidence from trading after hours. **The Journal of Finance**, v. 59, n. 2, p. 681-710, 2004.
- BOLLERSLEV, T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. **Journal of Econometrics**, v. 31, n. 3, p. 307–327, 1986.
- BOVESPA. **Manual de Procedimentos Operacionais da Bolsa de Valores de São Paulo**, 2009. Disponível em: [http://www.bmfbovespa.com.br/Pdf/cap\\_06\\_do\\_after\\_market.pdf](http://www.bmfbovespa.com.br/Pdf/cap_06_do_after_market.pdf) Acessado em: outubro de 2015.
- BOVESPA, 2015. Disponível em: <http://www.bmfbovespa.com.br/pt-br/regulacao/horarios-de-negociacao/acoes.aspx?idioma=pt-br> Acessado em: outubro de 2015.
- CAVALERI, R.; RIBEIRO, E. P. Combinação de previsões de volatilidade: um estudo. **Revista Economia**, v. 12, n. 2, p. 239-261, 2011.

- CERETTA, P. S.; DA COSTA JÚNIOR, N. C. A. Particularidades do mercado financeiro latino-americano. **RAE-Revista de Administração de Empresas**, v. 41, n. 2, p. 72-77, 2001.
- CHEN, C. H.; YU, W. C.; ZIVOT, E. Predicting stock volatility using after-hours information: Evidence from the NASDAQ actively traded stocks. **International Journal of Forecasting**, v. 28, n. 2, p. 366-383, 2012.
- DUARTE JR, A. M. Risco: definições, tipos, medição e recomendações para seu gerenciamento. **Resenha BM&F**, v. 114, p. 25-33, 1996.
- ENGLE, R. F. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of united kingdom inflation. **Econometrica**, v. 50, n. 4, p. 987-1007. 1982.
- GAIO, L. E.; PESSANHA, G. R. G.; DE OLIVEIRA, D. R.; DE ÁZARA, L. N. Análise da volatilidade do índice Bovespa: um estudo empírico utilizando modelos da classe ARCH. **Revista Contextus**, v. 5, n. 1, p. 7-16, 2007.
- GAIO, L. E.; ROLIM, R. C. Interferência dos mercados externos sobre o Ibovespa: uma análise utilizando autoregressão vetorial estrutural. In: SEMINÁRIOS EM ADMINISTRAÇÃO SEMEAD - FEA-USP. 10. **Anais...**São Paulo: São Paulo. 2007.
- GALDI, F. C.; PEREIRA, L. M. Valor em risco (VaR) utilizando modelos de previsão de volatilidade: EWMA, GARCH e Volatilidade Estocástica. **Brazilian Business Review**, v. 4, n. 1, p. 74-95, 2007.
- GALLO, G. M.; PACINI, B. Early news is good news: the effects of market opening on market volatility. **Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics**, v. 2, n. 4, 1997.
- HEIJ, C.; DE BOER, P.; FRANSES, P.; KLOEK, T.; VAN DIJK, H. K. **Econometric methods with applications in business and economics**. OUP Oxford, 2004.
- LAMOUNIER, W. M.; NOGUEIRA, E. M. Causalidade entre os retornos de mercados de capitais emergentes e desenvolvidos. **Revista Contabilidade e Finanças**, v. 18, n. 43, p. 34-48, 2007.
- LJUNG, G. M.; BOX, G. E. P. On a measure of a lack of fit in time series models. **Biometrika**, v. 65, n. 2, p. 297-303, 1978.
- MARKOWITZ, H. Portfolio selection. **The Journal of Finance**, v. 7, n. 1, p. 77-91, 1952.
- MARTENS, M. Measuring and forecasting S&P 500 index-futures volatility using high-frequency data. **Journal of Futures Markets**, v. 22, n. 6, p. 497-518, 2002
- MELLO, A. R. A. F. Volatilidade implícita das opções de ações: uma análise sobre a capacidade de previsão do mercado sobre a volatilidade futura. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Finanças e Economia), **Fundação Getúlio Vargas**, 2009.
- MORETTIN, P. A. **Econometria financeira: um curso em séries temporais financeiras**. São Paulo. Blucher, 2008.

NICOLAU, J. **Modelação de séries temporais financeiras**. Coleção Econômicas - II série, n. 18. Coimbra. Almedina. 2012.

OLIVEIRA, G. R.; MEDEIROS, O. R. Testando a existência de efeitos lead-lag entre os mercados acionários norte-americano e brasileiro. **Brazilian Business Review**, v. 6, n. 1, p. 1-21, 2009.

RISKMETRICS, T. M. **J.P. Morgan technical document**. 1996.

ROSS, S. A.; WESTERFIELD, R. W.; JAFFE, J. F.; LAMB, R. **Administração financeira: corporate finance**. 10 ed. Porto Alegre: AMGH, 2015.

SCHWARZ, G.E. Estimating the dimension of a model. **Annals of Statistics**, v. 6, n. 2, p. 461-464, 1978.

SOUZA, M. N. C. Redução da Persistência de Volatilidade nos Modelos GARCH para Cálculo do Valor em Risco no Mercado Brasileiro. **Instituto COPPEAD-UFRJ de Administração**. Rio de Janeiro, 2004.

TAYLOR, S. J. **Modelling financial time series**. John Wiley, Chichester, UK. 1986.

TAYLOR, N. A note on the importance of overnight information in risk management models. **Journal of Banking and Finance**, v. 31, p. 161–180, 2007.

TONIN, J. M.; TONIN, J. R.; CUNHA, M. S.; BORNIA, J. C. The lead-lag effect in BRICS' stock market. **Transnational Corporations Review**, v. 5, n. 4, p. 54-66, 2013.

TSAY, R. S. **Analysis of financial time series**. New Jersey: Wiley Series in Probability and Statistics, 2010.

VARTANIAN, P. R. Impactos do índice Dow Jones, commodities e câmbio sobre o Ibovespa: uma análise do efeito contágio. **RAC - Revista de Administração Contemporânea**, v. 16, n. 4, p. 608-627, 2012.

ZIVOT, E. Practical issues in the analysis of univariate garch models. **Working Papers UWEC**, University of Washington, Department of Economics. 2008.