

VARIANTE DA ENTROPIA DE SHANNON: PROPOSTA DE MÉTODO PARA SELEÇÃO DE AMOSTRA DE AÇÕES PARA COMPOR CARTEIRAS DE INVESTIMENTOS EM MERCADO DE CAPITAIS

Tatiana Gargur dos Santos
Universidade Federal da Bahia (UFBA)

José Garcia Vivas Miranda
Universidade Federal da Bahia (UFBA)

Utilan da Silva Ramos Coroa
Universidade Federal da Bahia (UFBA)

RESUMO

Ao analisar o contexto econômico e as próprias empresas é possível levantar dados e construir mais conhecimento em função das experiências adquiridas. A seleção de carteira de investimentos, desenvolvida a partir do trabalho de Markowitz (1952), tem recebido preciosas interferências com o objetivo de se maximizar retornos e minimizar riscos. A Entropia, conceito oriundo da física, vem sendo timidamente testada como ferramenta quantitativa na administração financeira. O objetivo deste trabalho foi verificar a possibilidade de utilização de uma variante da fórmula da Entropia de Shannon como método para selecionar amostra de ações para compor carteiras de investimentos. Os resultados das otimizações das carteiras de ações mostraram que os portfólios formados com papéis que apresentavam menores índices da fórmula da variante da entropia proporcionavam resultados acumulados superiores à média do mercado, representada nesse estudo pelo Ibovespa. Os resultados do Teste-F atestaram a significância estatística entre os resultados das carteiras formadas por diferentes índices da variante da Entropia, confirmando-se a hipótese, no período do estudo, de que a fórmula poderá ser considerada como alternativa de método para selecionar ações para investidores.

Palavras-Chave: Entropia, Shannon, Carteiras de Ações, Modelo Elton-Gruber.

1. INTRODUÇÃO

Estudos sistemáticos em finanças são recentes e sua epistemologia visa analisar o que está contido nas teorias de gestão que estão sendo desenvolvidas ao longo do tempo nos estudos em administração.

A administração de carteiras de ações, como toda ciência financeira, está sempre em busca de novas formas de maximizar os recursos (retornos) e minimizar os custos (riscos).

Inúmeros estudos têm sido realizados desde o início do século XX objetivando consolidar as técnicas para seleção de alternativas de investimentos. Neste período surge um trabalho de imensa importância que mantém influência nas décadas seguintes, o livro *Security Analysis* de Graham e Dodd (1934), que se tornou a escritura sagrada dos investidores da época. O futuro, para Graham e Dodd (1934) não pode ser prognosticado e eles são particularmente contra estimar retornos futuros com base em tendências passadas. Graham e Dodd (1934) elaboraram técnicas de análise de balanços que posteriormente se transformam na base da análise fundamentalista.

No início da década de 50, com a publicação do artigo *Portfolio Selection* por Markowitz (1952), tem-se o marco da elaboração da carteira eficiente, metodologia de seleção de ações para compor uma carteira de investimentos que busca a melhor relação entre risco e retorno. Nessa conjuntura, dois tipos de informações podem ser empregados na construção de portfólios ótimos: informações passadas, onde se pressupõem que o futuro é uma continuação do passado, e informações futuras, que são construídas com base na crença de um ou mais analistas sobre o comportamento futuro dos ativos analisados (MARKOWITZ, apud BRUNI; FAMÁ, 1999).

Os professores Edwin Elton e Martin Gruber desenvolveram um modelo que possui como vantagens a facilidade dos cálculos na montagem das carteiras e explicita o motivo que leva uma ação a compor ou não uma carteira eficiente. Este método toma como parâmetro o modelo do índice único que representa o mercado como um todo e os retornos esperados das ações serão relacionados com este índice e não entre si.

Há menos de quinze anos a Entropia, conceito oriundo da física, tem sido timidamente utilizada como ferramenta quantitativa na administração financeira. O conceito físico de Entropia está relacionado tanto a um estado quanto a uma tendência: no primeiro caso, ao grau de desorganização da matéria; no segundo, à tendência de desorganização de toda matéria (PINEDA, 2006). Shannon (1948) propõe que a quantidade de informação deve ser entendida como a entropia da mecânica estatística e observa que a entropia tem características interessantes: à medida que a ocorrência de um grupo de símbolos se torna mais provável que a dos outros sinais do repertório, a entropia decresce.

Tendo em vista a crescente demanda por novos métodos, e a noção de que não existe um modelo ideal e sim um caminho aberto para novas pesquisas e inovações a favor da eficiência do mercado de capitais, esse trabalho mostra-se importante por apresentar aos investidores e ao meio acadêmico novo método, em termos de análise técnica do mercado de capitais, para a escolha da amostra de títulos, que poderá fazer com que o resultado final da carteira de ações seja superior à média do mercado superando as expectativas do investidor.

Desta forma, o objetivo deste trabalho é verificar a possibilidade de utilização da base de cálculo da Entropia como método para selecionar amostra de ações para compor carteiras de investimentos. Nesse estudo, uma variante da fórmula da Entropia de Shannon foi utilizada como técnica de previsão quantitativa através do uso de dados históricos, assumindo-se, dessa forma, que para o momento analisado os valores esperados para o período imediatamente posterior são reflexos do passado.

2. A CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO EM FINANÇAS

A administração como ciência é muito recente possui pouco mais de cem anos, seus estudos são abordados nas mais diversas especificidades no meio acadêmico e tem como marco as obras de Taylor e Fayol (CHIAVENATO, 2003).

O estudo sistemático em mercado de capitais, uma das temáticas estudadas em administração financeira, evoluiu de forma a se consolidar e contribuir com o desenvolvimento econômico de organizações, nesse mesmo curto período de tempo que compreende os estudos em Administração.

Como na maioria das ciências, ao estudar os textos de epistemologia propostos, nota-se que as finanças também incorporam em sua trajetória as evoluções técnicas e mudanças comportamentais do ambiente econômico de determinado momento.

O desenvolvimento econômico sustentável de um país depende da sua capacidade de produção que, por sua vez, é consequência de investimentos em capital e recursos humanos. Desta forma, o mercado de capitais contribui diretamente para o desenvolvimento econômico à medida que atrai capital externo e incentiva a formação de poupança interna transferindo recursos dos poupadores para os investidores.

O desenvolvimento econômico, proporcionado pelo mercado de capitais, é evidente em países desenvolvidos e em ambientes macroeconômicos estáveis.

No capitalismo, sistema econômico em que está pautada nossa sociedade, as finanças fazem parte das organizações assim como no dia a dia das relações familiares, o que causa impacto direto nos mercados.

Ao longo do tempo a teoria em finanças vem sendo modificada, através de experimentos, com o objetivo de ampliar a compreensão do funcionamento dos mercados financeiros e sua trajetória está subdividida em três fases principais: finanças antigas, finanças modernas e novas finanças.

As finanças antigas que teve o seu marco final na década de 50, tinha como base a contabilidade e o direito, o tema era voltado para a análise das demonstrações financeiras e natureza dos títulos de crédito.

A chamada Finanças Modernas teve seu marco na década de 50, após publicação de *Portfolio Selection* Markowitz (1952), que desenvolveu a teoria da otimização de carteiras de ações. Segundo o autor, as duas únicas variáveis que interessam ao investidor são o retorno esperado e o risco, explicitado pela variância desses retornos, assumindo que os investidores são avessos ao risco.

Segundo Tosta de Sá (1999, p. 47), os estudos de Markowitz estão fundamentados nas seguintes premissas:

- “- a análise é efetuada considerando sempre as expectativas geradas para um período adiante, seja um mês, um ano, um semestre ou qualquer outro período previamente definido;
- todos os investidores buscam maximizar a utilidade esperada para o período do investimento e apresentam utilidade marginal decrescente;
- todos os investidores elaboram suas projeções de rentabilidade para os ativos a partir da distribuição de probabilidades para as várias taxas de retorno que podem ser alcançadas no período do investimento;
- os investidores associam risco à variabilidade das taxas de retorno dos ativos em análise;
- os investidores baseiam suas decisões somente em termos do retorno esperado e do risco do investimento. A liquidez está embutida no risco.” (TOSTA DE SÁ, 1999).

Conforme Coroa (2008), essas premissas definidas para o modelo satisfazem aqueles investidores avessos ao risco, onde se maximiza a utilidade esperada dos retornos esperados

pressupondo-se que os retornos dos títulos tenham uma distribuição normal. Apesar de gerar alguns desvios, estas premissas, na prática, são validadas e não chegam a prejudicar o modelo.

Na época da chamada Finanças Modernas encontram-se também modelos como o da irrelevância de Modigliani e Miller (1958), o CAPM (Capital Asset Pricing Model) de Sharpe (1964) e Lintner (1965) e a EMH (*Efficiency Market Hiperlink*) de Fama (1970). A base desse período foi a economia e a maior parte das publicações na área das finanças tentava comprovar a hipótese de eficiência informacional do mercado.

Nas décadas seguintes esse cenário se modifica. A evolução da informática, o uso de bancos de dados maiores e mais confiáveis e as técnicas estatísticas cada vez mais sofisticadas fazem com que indícios de ineficiência nos mercados financeiros sejam exibidos. Desta forma na década de 90 inicia-se a era das Novas Finanças, que possui como foco a análise dos mercados financeiros ineficientes com os retornos esperados de Haugen (1995), o risco de Chen, Roll e Ross (1986) e os modelos comportamentais de Kahneman e Tversky (1979).

Ainda nesse período os professores Edwin Elton e Martin Gruber (1995) desenvolvem modelo para montagem de carteiras ótimas que, além de ter uma metodologia de cálculo simples, demonstra o porquê de uma ação pertencer a uma carteira ótima.

A base desta fase é a estatística, a econometria e a psicologia. É nessa era que o presente estudo situa-se.

3. ENTROPIA E MERCADO DE CAPITAIS

Segundo Epstein (1986) a palavra Entropia e sua quantificação física foi proposta por Rudolf Julius Emanuel Clausius em 1864, derivada da palavra grega que significava Transformação, era compreendida como uma transformação acompanhada de conversão entre as energias térmica e mecânica.

Conforme Pineda (2010), a entropia é um estado dinâmico que varia em função do estado inicial de organização da matéria e do tempo, caracterizando um processo irreversível. Ainda segundo Pineda (2010), a conceito físico de Entropia está relacionado tanto a um estado como a uma tendência: no primeiro caso, ao grau de desorganização da matéria; no segundo, à tendência de desorganização de toda matéria.

De acordo com Shannon (1949), a entropia está ligada ao grau de desorganização existente na fonte. Quanto maior a incerteza, maior o potencial de informação dessa fonte, logo maior será a entropia. Desta forma, o conceito da entropia passa a não mais ficar restrito à termodinâmica e começa a ser aplicado em estudos que envolvam probabilidades. A entropia, que constituía a essência da mecânica estatística, passa a desempenhar papel fundamental na teoria da informação.

Conforme Mattos e Veiga (2002) a entropia na teoria da informação refere-se à incerteza probabilística relacionada a uma distribuição de probabilidade, ou seja, o grau de incerteza é reflexo de uma determinada distribuição e distintas distribuições estão associadas a distintos graus de incerteza.

De acordo com Artuso (2014), Shannon foi um pioneiro ao considerar a comunicação como um problema matemático rigorosamente embasado na estatística, criando um ramo da teoria da probabilidade e da estatística chamado Teoria da Informação. Ainda segundo Artuso (2014), apesar de ser originalmente desenvolvida para informações perdidas na compressão e transmissão de mensagens com ruídos em um canal de comunicação, sua aplicabilidade se expandiu para outros domínios da engenharia, informática, estatística e economia.

A Entropia de Shannon (H), medida construída para quantificar a incerteza de uma transmissão sujeita a eventos de probabilidade $p(x_i)$, pode assim ser representada:

$$H(X) = - \sum_{i=1}^n p(x_i) \log_b p(x_i)$$

Onde $p(x_i)$ é a probabilidade do sinal x pertencer a algum intervalo e o \log_b corresponde ao logaritmo em determinada base, que pode depender da distribuição de frequência do sinal. Observa-se que a entropia $H(X)$ não é função da variável aleatória X , mas sim da distribuição de probabilidade dessa variável. Em outras palavras, não depende dos valores que X assume, mas das suas probabilidades.

Bentes, Menezes e Mendes (2009) afirmam também, através de seus estudos, que a entropia vai além do domínio da física, ou seja, gradualmente foi tomando espaço em outras áreas tais como mercados financeiros.

Wang *et. al.* (2012) analisou a eficiência do mercado de câmbio usando a Entropia aproximada Multi-escala para avaliar a aleatoriedade nos mercados. Os resultados empíricos indicam que os mercados de câmbio desenvolvidos são mais eficientes do que os mercados cambiais emergentes, e que a crise financeira promove a eficiência dentro do mercado de câmbio de forma significativa, especialmente em mercados emergentes, como na China, Hong Kong, Coréia e no mercado Africano.

Cassettari (2003) utilizou o princípio da máxima Entropia na análise da Moderna Teoria de Carteiras desenvolvida por Markowitz (1952), onde propôs a substituição do desvio-padrão pelos cálculos da Entropia para estimar riscos de mercado. O autor menciona que é plausível a estimação do risco, mas em relação à montagem de carteira de ações o mesmo cita a dificuldade de obtê-la, mas não impossível de ser feita, exibindo, dessa forma, oportunidades para trabalhos futuros.

Rocha, Hein e Kroenke (2011) analisaram o grau de entropia da informação em indicadores econômico-financeiros das empresas do setor econômico materiais básicos participantes dos níveis de governança corporativa da BM&F Bovespa no período de 2005 a 2009. Foi observado que, tanto a maior como a menor entropia no setor econômico materiais básicos está nos índices de rentabilidade em anos diversificados e, dentre os quatorze indicadores selecionados, o que apresentou maior peso, ou seja, quantidade maior de informação foi o Retorno Sobre o Patrimônio Líquido no ano de 2008.

Artuso (2011) aplicou a Entropia de Shannon e Rényi no reconhecimento de padrões para a seleção de ativos no mercado acionário brasileiro. Com base no método de múltiplos da análise fundamentalista de ações foram selecionados 22 indicadores econômico-financeiros. Em seguida aplicou-se a técnica de árvores de decisão baseadas no cálculo de entropia de Shannon e Rényi. Para testar as regras de classificações foi utilizado um estudo de carteira com os ativos selecionados distribuídos com o mesmo peso dentro da carteira e o tempo de manutenção dos portfólios foi de 1, 2, 3 e 5 anos. Como resultado, o estudo de carteira demonstrou a aplicabilidade dos modelos, com retornos anormais quando do uso da entropia de Shannon comparado ao de Rényi, mas houve problemas de diversificação das carteiras, ora com pouco ou nenhum ativo, ora com um número excessivo. O estudo de carteira também apresentou retornos logarítmicos, quando do uso da entropia de Shannon, próximos ao retorno da média do mercado, mas não de maneira significativa.

4. METODOLOGIA E ANÁLISE DOS RESULTADOS

As teorias em finanças são essencialmente instrumentais em suas metodologias, pois se utilizam de métodos quantitativos para análise de seus resultados, assim também como a matemática financeira, que fornece ferramentas para a mensuração do dinheiro no tempo. Este estudo apresenta caráter quantitativo com base em procedimentos matemático-estatísticos objetivando gerar conclusões acerca das amostras consideradas. Com relação ao aspecto epistemológico se enquadra quase que totalmente na abordagem da racionalidade instrumental conceituada pelos autores ligados à Escola de Frankfurt. Conforme Horkheimer (1976), a

razão subjetiva (instrumental) é a faculdade que torna possível as nossas ações. É a faculdade de classificação, inferência e dedução, ou seja, é a faculdade que possibilita o funcionamento abstrato do mecanismo de pensamento. Ainda de acordo com Horkheimer (1976), a racionalidade instrumental se revela como a capacidade de calcular probabilidades e desse modo coordenar os meios corretos com um fim determinado.

A população desse trabalho foi composta por cotações diárias de papéis que estavam registrados na Bovespa (Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo) no período de dezembro de 2010 a maio de 2015. Com o objetivo de reduzir o número de ações que não tiveram ou apresentaram poucas cotações no período estudado a seleção inicial das ações foi feita de forma não probabilística e intencional. Uma amostra probabilística aleatória ou estratificada selecionaria ações que reduziriam a rentabilidade do portfólio a ser montado devido à falta de liquidez, dessa forma, a amostra inicial extraída da base de dados contou com papéis que possuíam participações em bolsa acima de 99%.

Em 2010, por exemplo, de um total de 10.560 papéis movimentados na Bovespa ao longo do ano, apenas 60 tiveram negociações com presença em bolsa acima de 99%, conforme exibido na tabela 1.

Tabela 1: Papéis com presença acima de 99% na Bovespa – 2010

BEEF3 ON	NM	KEPL3 ON		TELB3 ON *
BOVA11 CI		KROT11 UNT	N2	TELB3F ON *
BTTL4 PN		LOGN3 ON	NM	TELB4 PN *
ECOD3 ON	NM	LUPA3 ON	NM	TELB4F PN *
ECOD3F ON	NM	MAGG3 ON	NM	TEMP3 ON NM
ESTR4 PN		MAGG3F ON	NM	UNIP6 PNB N1
FFTL4 PN		MILK11 DR3		BBAS13F BNS C NM
FFTL4F PN		MILK11F DR3		CBMA4 PN
FHER3 ON	NM	MILK11T DR3		LUPA3F ON NM
FNAM11 CI *		MNDL4 PN		RHDS3 ON
FSRF11 CI		MPXE3 ON	NM	CBMA4F PN
GPCP3 ON		NETC4 PN	N2	IMBI4 PN
GSHP3 ON	NM	NETC4F PN	N2	MPXE3F ON NM
HAGA4 PN		PIBB11 CI		OGXP3 ON NM
HOOT4F PN		PIBB11F CI		OGXP3F ON NM
IENG5 PNA		PMAM3 ON	N1	OGXP3T ON NM
IGBR3 ON		RNAR3 ON	NM	PMAM3F ON N1
INET3 ON		TCSL3 ON		UNIP6F PNB N1
INPR3 ON	NM	TCSL3F ON		IENG3 ON
JFEN3 ON		TEKA4 PN		KEPL3F ON

O processo de seleção dos papéis mais líquidos foi repetido nos anos seguintes: 2011, 2012, 2013 e 2014.

A fórmula da variante da Entropia de Shannon, para selecionar a amostra final para compor as carteiras de ações, foi aplicada nesta base de dados que continham as ações mais líquidas no período do estudo.

$$H(X) = - \sum_{i=1}^n p(x_i) \log_b p(x_i)$$

Onde $p(x_i)$ é o percentual de participação da cotação em determinado período de tempo e \log_b o logaritmo na base 2.

Na fórmula original que representa a Entropia de Shannon a probabilidade (p) de que determinada cotação aconteça, que é calculada com base na distribuição de frequência das

cotações, é nesse trabalho substituída pelo percentual de participação da cotação em determinado período de tempo, pressupondo que esse percentual de participação passado tenderá a acontecer no futuro.

Assume-se nesse estudo a premissa de que previsão é uma tentativa de prognosticar o futuro através do exame do passado. Assim sendo, as técnicas de previsões quantitativas são aquelas que usam dados históricos para calcular matematicamente extrapolações dos dados no futuro. Assume-se que aspectos do padrão verificado no passado deverão continuar no futuro.

Calculou-se o índice da variante da Entropia de cada papel, para janelas de 12 meses, com base na quantidade de dias úteis de cada ano, motivo pelo qual se utilizou cotações diárias.

Após identificação dos índices os resultados foram crescentemente ordenados. Como resultado, os papéis que continham maiores e menores índices calculados pela variante da entropia foram selecionados com o objetivo de analisar o comportamento dos dois grupos de amostras.

Tabela 2: 20 Maiores e Menores Índices – 2010

PAPEL	MENOR ÍNDICE	PAPEL	MAIOR ÍNDICE
TEKA4 PN	7,73054	LUPA3 ON NM	7,93556
MILK11T DR3	7,73694	MPXE3F ON NM	7,93634
MILK11F DR3	7,80992	MPXE3 ON NM	7,93636
MILK11 DR3	7,81025	MAGG3F ON NM	7,93730
INET3 ON	7,86590	MAGG3 ON NM	7,93744
OGXP3T ON NM	7,87312	ESTR4 PN	7,93746
FSRF11 CI	7,90019	FFTL4F PN	7,93950
FNAM11 CI *	7,90646	FFTL4 PN	7,93959
UNIP6 PNB N1	7,90688	OGXP3F ON NM	7,93973
UNIP6F PNB N1	7,90711	OGXP3 ON NM	7,93976
CBMA4 PN	7,90821	BBAS13F BNS C NM	7,94158
CBMA4F PN	7,90885	NETC4F PN N2	7,94246
TELB4F PN *	7,90954	NETC4 PN N2	7,94251
TELB4 PN *	7,90959	INPR3 ON NM	7,94259
IENG5 PNA	7,91099	TCSL3F ON	7,94591
TEMP3 ON NM	7,91468	BEEF3 ON NM	7,94594
KEPL3F ON	7,91610	TCSL3 ON	7,94607
KEPL3 ON	7,91712	PIBB11F CI	7,94684
IENG3 ON	7,92087	PIBB11 CI	7,94687
HOOT4F PN	7,92209	BOVA11 CI	7,94690

A Tabela 2 exhibe os papéis selecionados no ano 2010, que poderão compor carteiras de investimentos para o período seguinte.

Com o objetivo de analisar o comportamento das amostras selecionadas o modelo de Elton-Gruber, de otimização de carteiras de ações, foi empregado. Esse método foi detalhadamente descrito nos estudos de Santos, Coroa e Bandeira (2008) e tem mostrado resultados, em termos de risco e retorno, superiores às otimizações realizadas através do método de Markowitz nos períodos delimitados pelos estudos.

Foram utilizadas as cotações mensais de fechamento dos papéis selecionados. O ativo livre de risco utilizado foi a taxa SELIC e a carteira de referência do mercado, o Ibovespa.

Após execução dos cálculos para identificação dos papéis considerados ótimos, conforme metodologia de Elton-Gruber, duas carteiras otimizadas foram definidas ao final de 2010, a que continha maiores índices e a que possuía menores índices calculados pela variante da entropia.

Tabela 3 – Percentual de participação da ação na carteira - ações com menores índices

Código da Ação	Ação escolhida	Percentual de participação da ação na carteira
TEKA4 PN	CBMA4 PN	9,36
MILK11T DR3	CBMA4F PN	8,73
MILK11F DR3	INET3 ON	2,84
MILK11 DR3	TEKA4 PN	24,48
INET3 ON	MILK11T DR3	1,93
OGXP3T ON NM	KEPL3 ON	2,78
FSRF11 CI	TELB4 PN *	8,40
FNAM11 CI *	TELB4F PN *	7,55
UNIP6 PNB N1	HOOT4F PN	5,86
UNIP6F PNB N1	TEMP3 ON NM	25,25
CBMA4 PN	KEPL3F ON	1,41
CBMA4F PN	IENG3 ON	1,41
TELB4F PN *	-	-
TELB4 PN *	-	-
IENG5 PNA	-	-
TEMP3 ON NM	-	-
KEPL3F ON	-	-
KEPL3 ON	-	-
IENG3 ON	-	-
HOOT4F PN	-	-
		100,00

Tabela 4 – Percentual de participação da ação na carteira - ações com maiores índices

Código da Ação	Ação escolhida	Percentual de participação da ação na carteira
LUPA3 ON NM	BEEF3 ON NM	15,75
MPXE3F ON NM	MPXE3F ON NM	9,27
MPXE3 ON NM	MPXE3 ON NM	8,11
MAGG3F ON NM	ESTR4 PN	16,89
MAGG3 ON NM	OGXP3 ON NM	31,55
ESTR4 PN	FFTL4F PN	9,31
FFTL4F PN	FFTL4 PN	6,23
FFTL4 PN	OGXP3F ON NM	2,89
OGXP3F ON NM	-	-
OGXP3 ON NM	-	-
BBAS13F BNS C NM	-	-
NETC4F PN N2	-	-
NETC4 PN N2	-	-
INPR3 ON NM	-	-
TCSL3F ON	-	-
BEEF3 ON NM	-	-
TCSL3 ON	-	-
PIBB11F CI	-	-
PIBB11 CI	-	-
BOVA11 CI	-	-
		100,00

As Tabelas 3 e 4 mostram o percentual de participação de cada ação na carteira de ações selecionadas com base nos dados do ano de 2010. A carteira foi mantida constante no ano de 2011 e seus retornos foram apurados mensalmente, até o mês de dezembro.

A Tabela 5 abaixo exhibe os retornos acumulados, no ano de 2011, das carteiras formadas pelos menores índices, maiores índices, do retorno do Ibovespa e da taxa Selic no período.

Tabela 5 – Rentabilidade das carteiras, Ibovespa e Taxa Selic - 2011

MAIORES ÍNDICES			% part. Carteira	Rentabilidade da carteira (% acumulado)	MENORES ÍNDICES			% part. Carteira	Rentabilidade da carteira (% acumulado)
BEEF3 ON	NM	15,75%		-3,6%	CBMA4 PN		9,36%	-6,5%	
MPXE3F ON	NM	9,27%		6,0%	CBMA4F PN		8,73%	-5,8%	
MPXE3 ON	NM	8,11%		5,2%	INET3 ON		2,84%	-1,4%	
ESTR4 PN		16,89%		-8,4%	TEKA4 PN		24,48%	3,4%	
OGXP3 ON	NM	31,55%		-9,8%	MILK11T DR3		1,93%	4,4%	
FFTL4F PN		9,31%		3,1%	KEPL3 ON		2,78%	-1,1%	
FFTL4 PN		6,23%		2,1%	TELB4 PN *		8,40%	6,0%	
OGXP3F ON	NM	2,89%		-0,9%	TELB4F PN *		7,55%	5,0%	
Retorno da carteira		100,0%		-6,3%	HOOT4F PN		5,86%	-2,8%	
Ibovespa				-18,5%	TEMP3 ON	NM	25,25%	-3,8%	
Selic tx efetiva mês				11,1%	KEPL3F ON		1,41%	-0,7%	
					IENG3 ON		1,41%	-1,1%	
					Retorno da carteira		100,0%	-4,4%	

Nos resultados encontrados o retorno acumulado da carteira formada por ações que possuíam menores índices calculados pela fórmula variante da entropia, para o período de janeiro de 2011 a dezembro de 2011 foi negativo em 4,4%. A análise da situação oposta, ou seja, maiores índices calculados pela fórmula variante da entropia apresentou resultado negativo de 6,3%. O Ibovespa (Índice Bovespa), no mesmo período, registrou resultado negativo de 18,5% e a taxa Selic positivo em 11,1%.

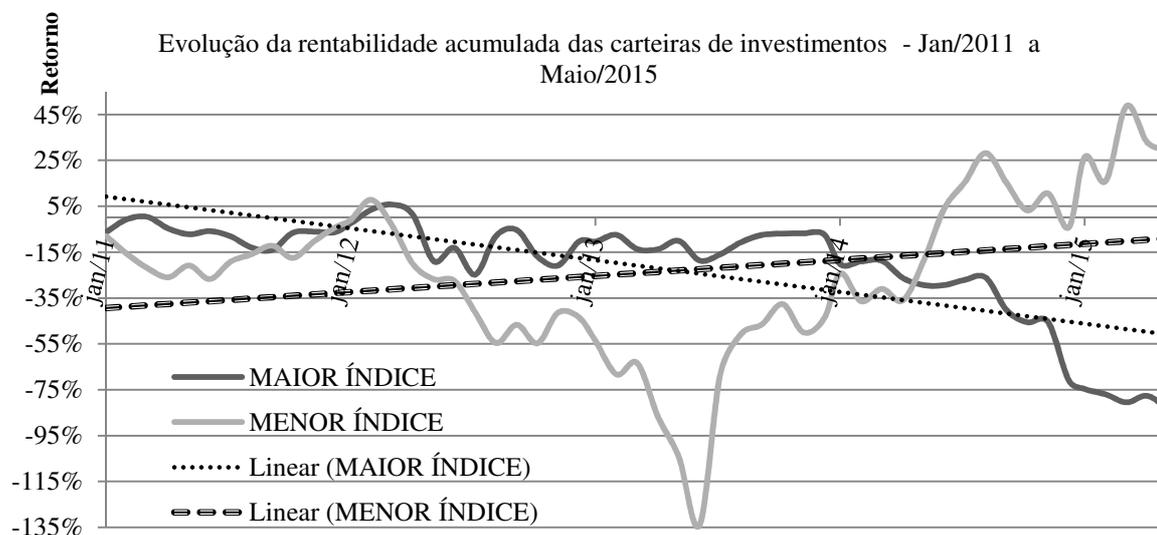
A metodologia anteriormente descrita, aplicada entre 2010 e 2011, foi replicada até o maio de 2015.

Conforme a Tabela 6 e a Figura 1, o retorno acumulado da carteira formada por ações que possuíam menores índices calculados pela fórmula variante da entropia, para o período de janeiro de 2011 a maio de 2015 foi positivo em 29,5%. O Ibovespa (Índice Bovespa), no mesmo período, registrou resultado negativo de 19%. A carteira que continha maiores índices calculados pela fórmula variante da entropia apresentou resultado negativo de 83,3% e a taxa Selic, no mesmo período apresentou 42,2% de retorno positivo.

Tabela 6 – retorno acumulado de janeiro/2011 a maio/2015

Investimento	Retorno acumulado no período
Maior índice	-83,3%
Menor índice	29,5%
Ibovespa	-19,0%
Selic tx efetiva mês	42,2%

Figura 1 – Evolução da rentabilidade acumulada das carteiras de investimentos - Jan/2011 a Maio/2015



O resultado infere que a fórmula da variante da entropia poderá ser considerada como alternativa para o investidor como método para selecionar ações para compor carteiras de investimentos, ao escolher papéis que têm menores índices.

O Teste-F foi executado com o objetivo de avaliar a significância dos resultados obtidos. O resultado $F = 0,19919$ mostrou que a série formada por retorno das carteiras anuais de ações, selecionadas entre maiores e menores índices da variante da entropia, possuem distribuições com variações diferentes em um nível alfa de significância de 5%, ou seja, aceita-se a hipótese alternativa de que as variações, entre as populações das carteiras de ações, não são iguais nas distribuições de base. O resultado do Teste-F exibe também Variância superior na série histórica das carteiras de Menor Entropia, com 0,02257, versus 0,0045 de variância para a carteira de maior entropia. F crítico uni-caudal teve como resultado 0,6494, valor abaixo da medida 1, o que mostra que as populações são diferentes.

Tabela 7 - Teste-F duas amostras para variâncias

	<i>Variável 1 (Maior índice)</i>	<i>Variável 2 (Menor Índice)</i>	<i>Comentários</i>
Média	-0,01388	0,00492	
Variância	0,00450	0,02257	
Observações	60	60	
gl	59	59	
F	0,19919595		Valor próximo a zero (0), em uma escala que vai até 1 (um). Populações diferentes.
P(F<=f) uni-caudal	0,00000000		Probabilidade de observar um valor da estatística F menor que f quando as variações de população forem iguais
F crítico uni-caudal	0,64936895		Valor abaixo de 1, populações diferentes

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este artigo objetivou verificar a possibilidade de utilização da base de cálculo da Entropia como método para selecionar amostra de ações para compor carteiras de investimentos.

Nesse estudo, uma variante da fórmula da Entropia de Shannon foi utilizada como técnica de previsão quantitativa através do uso de dados históricos, assumindo-se, dessa forma, que para o momento analisado os valores esperados para o período imediatamente posterior são reflexos do passado.

Os resultados das carteiras de ações mostraram que os portfólios formados com papéis que apresentavam menores índices da fórmula da variante da entropia proporcionavam resultados acumulados superiores à média do mercado, representada nesse estudo pelo Índice Bovespa (Ibovespa). Dessa forma, o modelo apresentado mostrou-se eficaz, no período analisado, uma vez que exibiu resultado, em termos de retorno de investimentos, superior ao Ibovespa.

Os resultados do Teste-F atestaram a significância estatística entre as carteiras formadas por diferentes índices da variante da Entropia, confirmando-se a hipótese, no período do estudo, de que a fórmula da variante da Entropia poderá ser considerada como alternativa de método para selecionar ações para o investidor.

Esse estudo em nenhum momento finaliza o tema proposto, ao contrário, abre oportunidades para novos testes envolvendo mercados financeiros de outros países e diferentes configurações de premissas, de forma a dar continuidade a um dos objetivos da administração financeira: a maximização dos retornos e a minimização dos riscos.

REFERÊNCIAS

ARTUSO, Alysson Ramos. Entropias de Shannon e Rényi aplicadas ao reconhecimento de padrões. **Revista CIATEC – UPF**, vol.3 (2), p.p.56-72, 2011.

ARTUSO, Alysson Ramos. Entropia de Shannon e Rényi aplicadas no reconhecimento de padrões para a seleção de portfólios no mercado acionário brasileiro. **RECEN-Revista Ciências Exatas e Naturais**, v. 16, n. 2, p. 307-340, 2014.

BENTES, S.; MENEZES, R.; MENDES, D. Entropic measures in nonlinear dynamics. In: SALGUEIRO, M. F.; MENDES, D.; MARTINS, L. F. (Orgs.). **Temas em métodos quantitativos**. Lisboa: Sílabo, 2009.

BRUNI, A.; FAMÁ, R. Moderna teoria de portfólios: é possível captar, na prática, os benefícios decorrentes da sua utilização? **Resenha BM&F**, n° 128, p. 19-34, 1999.

CASSETTARI, A. O princípio da máxima entropia e a Moderna Teoria das Carteiras. **Revista Brasileira de Finanças**, vol. 1, n. 2, p. 271-300, 2003.

CHEN, N.; ROLL, R.; ROSS, S. A. Economic Forces and the Stock Market. **Journal of Business**, v. 59, p. 386-403, July 1986.

CHIAVENATO, Idalberto. **Introdução à Teoria Geral da Administração**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2003.

COROA, Utilan da Silva Ramos. **Uma análise de desempenho dos modelos de Markowitz e Elton-Gruber na formação de carteiras de ações no Brasil**. 2008. 97f. Dissertação (mestrado) – Universidade Federal da Bahia. Escola de Administração, Salvador, 2008.

ELTON, Edwin J.; GRUBER, Martin J., **Modern Portfolio Theory and Investment Analysis**, 5th ed. New York: John Wiley & Sons, Inc, 1995.

_____. Risk reduction and portfolio size: an analytical solution. **Journal of Business**, vol. 50, n° 2, p. 415-437, Oct. 1977.

EPSTEIN, I. **Teoria da Informação**. São Paulo: Ática, 1986.

FAMA, Eugene. Efficient capital markets: a review of theory and empirical work. **The Journal of Finance**, p. 383-417, May, 1970.

GRAHAM, B.; DODD, D. **Security Analysis**. McGraw Hill Professional, 1934.

HAUGEN, R. A. **The new finance: the against efficient markets**. New Jersey: Prentice-Hall, 1995.

HORKHEIMER, Max. **Eclipse da Razão**. Rio de Janeiro: Labor do Brasil, 1976.

KAHNEMAN, D.; TVERSKY, A. Prospect Theory: an analysis of decision under risk. **Econometrica**, v. 47, n. 2, p. 263-291, Mar. 1979.

LINTNER, J. The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets. **Review of Economics and Statistics**, p. 13-37, 1965.

MARKOWITZ, H. Portfolio Selection. **The journal of finance**, vol. 7, n. 1, p. 77-91, mar. 1952.

MATTOS R. S.; VEIGA Á. Otimização de Entropia: implementação computacional dos princípios Maxent e Minxent. **Revista Pesquisa Operacional**, v.22, n.1, p.37-59, 2002.

MODIGLIANI, F.; MILLER, M. The Cost of Capital, Corporate Finance and the Theory of Corporation Finance. **American Economic Review**, p. 261-297, 1958.

PINEDA, J. O. C. **A Entropia Segundo Claude Shannon: O Desenvolvimento do Conceito Fundamental da Teoria da Informação**. 2006, 126 f. Dissertação (Mestrado em História da Ciência) - Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006.

PINEDA, J. O. C. **Entropia e Teoria da Informação: Os fundamentos Científicos da Era Digital**. 1. ed. São Paulo, 2010.

ROCHA, Irani. **Grau de entropia da informação em indicadores econômico-financeiros das empresas que participam dos níveis de governança corporativa da BM&FBOVESPA**. 2010. 156f. Dissertação (Mestrado em Ciências Contábeis) – Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, Santa Catarina, 2010.

ROCHA, I., HEIN, N., KROENKE, A. Entropia da Informação em Indicadores Econômico-financeiros das Empresas Pertencentes ao Setor Econômico Materiais Básicos. **XIV SEMEAD Seminário em Administração**, 2011.

SANTOS, Tatiana Gargur; COROA, Utilan; BANDEIRA, Anselmo Alves. A aplicação do modelo de formação de carteira eficiente de Elton-Gruber em empresas socialmente responsáveis no mercado de ações brasileiro. **V Congresso Virtual Brasileiro de Administração**, 2008.

SHANNON, Claude. Communication Theory of Secrecy Systems. **Bell System Technical Journal**, vol. 28-4 pag. 656-715, out.1949.

SHANNON, C.; WEAVER, W. **The Mathematical theory of communication**. Chicago: Illinois State University Press, 1963.

SHARPE, W. F. Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium. **Journal of Finance**, Sep. 1964.

WANG, Gang-Jin *et.al*. Multi-Scale Approximate Entropy Analysis of Foreign Exchange Markets Efficiency, **Systems Engineering Procedia**, vol. 3, p. 201-208, 2012.