

ESTUDO DA SECAGEM DE BANANAS ATRAVÉS DO MODELO DE DIFUSÃO USANDO SOLUÇÕES ANALÍTICAS

ANDRÉA F. RODRIGUES¹, WILTON P. SILVA², JOSIVANDA P. GOMES³, CLEIDE M. D. P. S. SILVA⁴, ÍCARO CARVALHO RAMOS⁵

¹ Engenheira Agrônoma, Doutoranda em Engenharia Agrícola. UFCG/Campina Grande-PB. deafr@hotmail.com

² Engenheiro Eletricista, Professor Doutor, Depto. de Física. UFCG/Campina Grande-PB.

³ Engenheira Agrícola, Professora Doutora, Depto. de Engenharia Agrícola. UFCG/Campina Grande-PB.

⁴ Física, Professora Doutora, Depto. de Física, UFCG/Campina Grande-PB.

⁵ Tecnólogo em Gestão Pública, Especialização em Gestão de Pessoas, FACISA/Campina Grande-PB.

RESUMO

A secagem de alimentos é um método de conservação que proporciona a diminuição de desperdícios além de aumentar a sua vida de prateleira. O modelo de difusão tem sido usado para representar a cinética de secagem do produto, viabilizando prever a distribuição de água no interior do produto, em qualquer instante. Este trabalho tem o objetivo de realizar um estudo das secagens contínua e intermitente de bananas através do modelo de difusão usando soluções analíticas e determinar a condição de contorno apropriada para descrever o processo através de um modelo de difusão.

Palavas-chave: equação de difusão, secagem intermitente, geometria cilíndrica.

1. INTRODUÇÃO

Geralmente, os modelos de difusão são melhores para descrever a cinética de secagem quando comparado aos modelos empíricos, pois, possibilita prever a distribuição de água no interior do produto estudado, em qualquer instante, previamente determinado. Neste estudo, dois modelos de difusão serão usados para descrever a secagem de bananas inteiras. O primeiro modelo é pressuposto a condição de contorno de equilíbrio (primeiro tipo). Isto significa que instantaneamente a superfície externa da banana entra em equilíbrio com o ar de secagem, não havendo, portanto, resistência ao fluxo de água em tal superfície. Neste caso, todo o processo é governado apenas pela difusividade efetiva de massa, D . No segundo modelo de difusão, é pressuposta a condição de contorno convectiva (terceiro tipo). Neste caso, o modelo prevê que possa existir resistência ao fluxo de água na superfície externa da banana. Desse modo, o processo é governado não só pela difusividade efetiva de massa, D , mas também pelo coeficiente de transferência convectiva de massa, h .

Quando o modelo de difusão é utilizado em algumas situações de interesse, na descrição do processo físico, a forma do corpo sob estudo pode ser aproximada para uma geometria regular e condições de contorno simples, o que requer uma menor dificuldade para se obter a solução analítica da equação. Por exemplo, a forma do corpo objeto de estudo é aproximada para geometrias simples como parede infinita (coordenadas cartesianas), cilindro infinito (coordenadas cilíndricas) ou esfera (coordenadas esféricas), supondo a difusividade e o volume com valores constantes. Nesses casos, os cálculos analíticos fornecem uma solução exata das equações diferenciais, num domínio contínuo e para todo ponto, a qualquer instante, pode-se saber o valor da grandeza de interesse.

Apesar das limitações das soluções analíticas, o método analítico é uma ferramenta muito utilizada e, não deve ser descartado, sendo uma de suas importantes aplicações, a validação das soluções numéricas e existe importantes trabalhos nos quais a equação de difusão resolvida analiticamente (CHEMKHI e ZAGROUBA, 2005; SAYKOVA et al, 2009).

Diante disso, este trabalho tem o objetivo de realizar um estudo das secagens contínua e intermitente de bananas através do modelo de difusão usando soluções analíticas e determinar a condição de contorno apropriada para descrever o processo através de um modelo de difusão.

2. MATERIAL E MÉTODOS

2.1 – Experimentos

Os experimentos foram desenvolvidos no Laboratório de Armazenamento e Processamento de Produtos Agrícolas (LAPPA), da Unidade Acadêmica de Engenharia Agrícola (UAEA), do centro de Tecnologia e Recursos Naturais (CTRN) da Universidade Federal de Campina Grande (UFCG), em Campina Grande, PB.

A matéria-prima utilizada foram as bananas da variedade nanica (*Musa spp* nanica (AAA)). As bananas maduras foram transportadas ao laboratório, em cachos, e em seguida foram despencadas e selecionadas, descartando-se os frutos com algum dano. Logo em seguida, foram descascadas, e selecionadas as bananas de diâmetro médio entre 27,00 e 29,00 mm. Para a secagem intermitente, duas amostras, depois de identificadas, foram dispostas em dois cestos de tela fina de alumínio. Os cestos foram inicialmente pesados e, em seguida, o conjunto (banana + cesto) foi pesado para aferição do peso inicial. Em adição, o comprimento

e o diâmetro da banana foi medido como será detalhado. No caso da secagem contínua, os procedimentos anteriores envolveram somente um cesto (Figura 1).

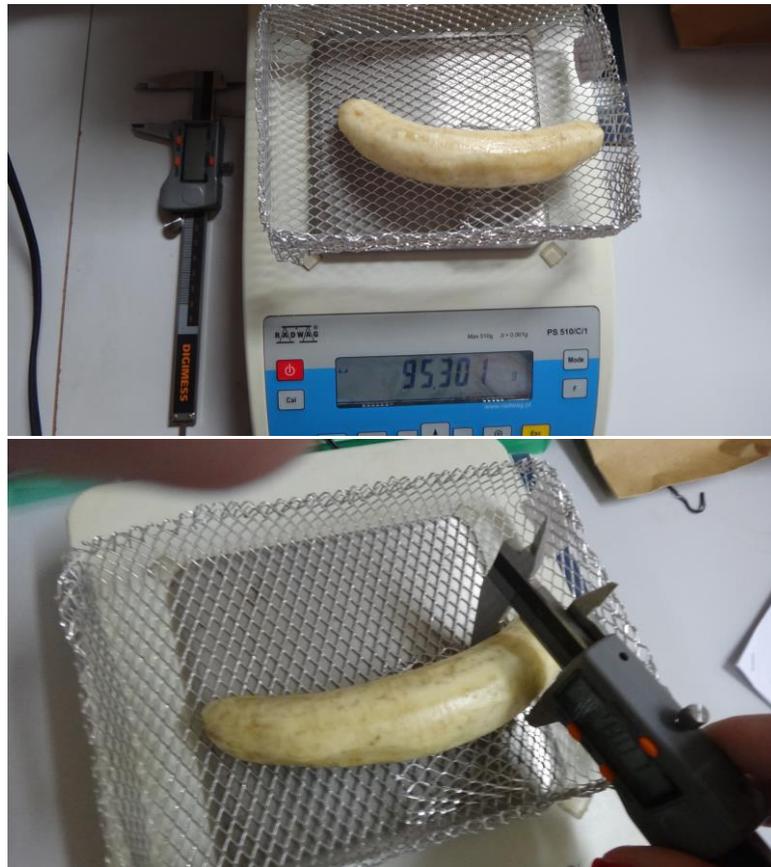


Figura 1 – Balança digital e paquímetro digital.

Em um segundo momento, os cestos foram encaminhados para o secador de leito fixo (previamente regulado para a temperatura de 70 °C e velocidade do ar de secagem de 0,55 m s⁻¹), alternadamente, obedecendo o tempo estipulado de intermitência. Enquanto uma amostra secava no secador, a outra permanecia em repouso no dessecador.

Foram realizados dois experimentos de secagem de bananas (S₁ e S₂):

- S₁ - Secagem contínua;
- S₂ - Secagem intermitente, com intervalo de 1/2 hora;

Os experimentos foram realizados até as bananas atingirem a massa de equilíbrio. Para determinar a massa das bananas, a massa do cesto foi subtraída da massa total. Alcançado o teor de umidade de equilíbrio, as amostras foram levadas para a estufa a uma temperatura de 105 °C por 5h. Depois, as amostras foram levadas para o dessecador até atingirem a temperatura ambiente, sendo obtida a massa seca.

Com os dados da massa m e da massa seca m_s das bananas, foram determinados os teores de umidade em base seca, X , calculados pela expressão:

$$X = \frac{m - m_s}{m_s} \quad (1)$$

As razões de umidade e as curvas de razão de umidade em função do tempo de secagem foram calculadas a partir dos dados de perda de massa das amostras durante as secagens e dos teores de umidade determinados no final das mesmas. No cálculo da razão de umidade foi utilizada a Equação (2).

$$X^* = \frac{X - X_e}{X_i - X_e} \quad (2)$$

sendo,

X^* = razão de umidade do produto, adimensional

X = teor de umidade do produto, b.s.

X_e = teor de umidade de equilíbrio do produto, b.s.

X_i = teor de umidade inicial do produto, b.s.

2.2 – Modelagem matemática através do modelo de difusão

A equação que descreve o fenômeno da difusão foi usada para descrever o processo de secagem de bananas, e tal equação pode ser escrita como (BIRD et al., 2001; MALISKA, 2004):

$$\frac{\partial X}{\partial t} = \nabla \cdot (D_{ef} \nabla X), \quad (3)$$

em que X é a variável de interesse no processo difusivo, D_{ef} é o parâmetro de processo.

Para uma geometria cilíndrica, em que o comprimento é muito maior que o raio, a equação de difusão unidimensional aplicada ao transporte de uma grandeza é escrita a partir da Equação (3):

$$\frac{\partial X}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r D_{ef} \frac{\partial X}{\partial r} \right), \quad (4)$$

em que r define a posição de um ponto em relação ao eixo central do cilindro.

A solução analítica a ser apresentada neste trabalho para a Equação (4) é referente à condição de contorno convectiva, também chamada de condição do contorno de Cauchy ou ainda condição de contorno do terceiro tipo. Esta condição é expressa através da imposição de igualdade entre o fluxo interno (difusivo) no contorno do cilindro infinito e o fluxo externo (convectivo) nas vizinhanças deste contorno:

$$-D_{ef} \left. \frac{\partial X(r,t)}{\partial r} \right|_{r=R} = h [X(r,t)|_{r=R} - X_{eq}], \quad (5)$$

em que D_{ef} é a difusividade efetiva de massa, h é o coeficiente de transferência convectiva, X_{eq} é o teor de umidade de equilíbrio (b.s.) e R é o raio do cilindro. Assim, Para um cilindro homogêneo, de raio R , com umidade inicial uniformemente distribuída X_i , com teor de umidade de equilíbrio X_{eq} , a solução $X(t)$ da Equação (4), para a condição de contorno definida pela Equação (5), é obtida por separação de variáveis (SILVA, 2010) e resulta em:

$$X(t) = X_{eq} - (X_{eq} - X_i) \sum_{n=1}^{\infty} A_n \exp\left(-\mu_n^2 \frac{D_{ef}}{R^2} t\right), \quad (6)$$

em que

$$A_n = \frac{4Bi^2}{\mu_n^2 (Bi^2 + \mu_n^2)} \quad (7)$$

sendo Bi o número de Biot para a transferência de massa, e definido da seguinte forma:

$$Bi = \frac{hR}{D_{ef}}, \quad (8)$$

onde h foi definido como o coeficiente de transferência convectiva de massa. As raízes μ_n são determinadas a partir da equação característica para o cilindro infinito, que é dada por:

$$\frac{J_0(\mu_n)}{J_1(\mu_n)} = \frac{\mu_n}{Bi} \quad (9)$$

sendo J_0 e J_1 as funções de Bessel de primeiro tipo de ordens 0 e 1, respectivamente. Estas raízes μ_n podem ser calculados, para uma massa número de Biot especificado, como foi proposto por Silva et al. (2010). A fim de determinar a eficácia da difusividade D massa e o coeficiente de transferência de massa convectivo h (ou o número de massa Biot, Bi) para um determinado conjunto de dados experimentais, o algoritmo de otimização proposto por estes autores foi utilizado no presente trabalho, utilizando 16 termos da série.

Convém observar que, se a condição de contorno adequada ao processo difusivo for de primeiro tipo, basta impor, ao número de Biot, $Bi \rightarrow \infty$ na solução apresentada anteriormente. Neste caso, a Equação (7) torna-se $A_n = 4/\mu_n^2$ e a Equação (9) é expressa por

$$J_0(\mu_n) = 0. \quad (10)$$

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Visando estabelecer a correta condição de contorno na descrição da secagem contínua e intermitente de bananas, com a eliminação de têmpera foi utilizado dois softwares:

O software “Prescribed Adsorption - Desorption” V. 2.2 (SILVA e SILVA, 2009a) simula a cinética de secagem de produtos usando a solução analítica da equação de difusão empregando condição de contorno de primeiro tipo. O software “Convective Adsorption - Desorption” V. 2.4 (SILVA e SILVA, 2009b) simula a cinética de secagem de produtos usando a solução analítica da equação de difusão empregando condição de contorno de terceiro tipo.

Os resultados obtidos usando a solução analítica da equação de difusão com condições de contorno do primeiro tipo foram resumidos na Tabela 1, que também apresenta os indicadores estatísticos referentes a esse modelo.

Tabela 1 - Resultados da otimização do modelo de difusão usando a condição de contorno do primeiro tipo.

	$D \times 10^8 \text{ (m}^2 \text{ min}^{-1}\text{)}$	R^2	$\chi^2 \times 10^3$
Contínua	3,2036	0,993020	32,6792
Intermitente 1/2 h	7,0235	0,994852	214,4585

Utilizando o valor obtido para a difusividade efetiva, a simulação da cinética para bananas inteiras correspondente a cada tipo de secagem, juntamente com os dados experimentais podem ser mostrados através da Figura 2.

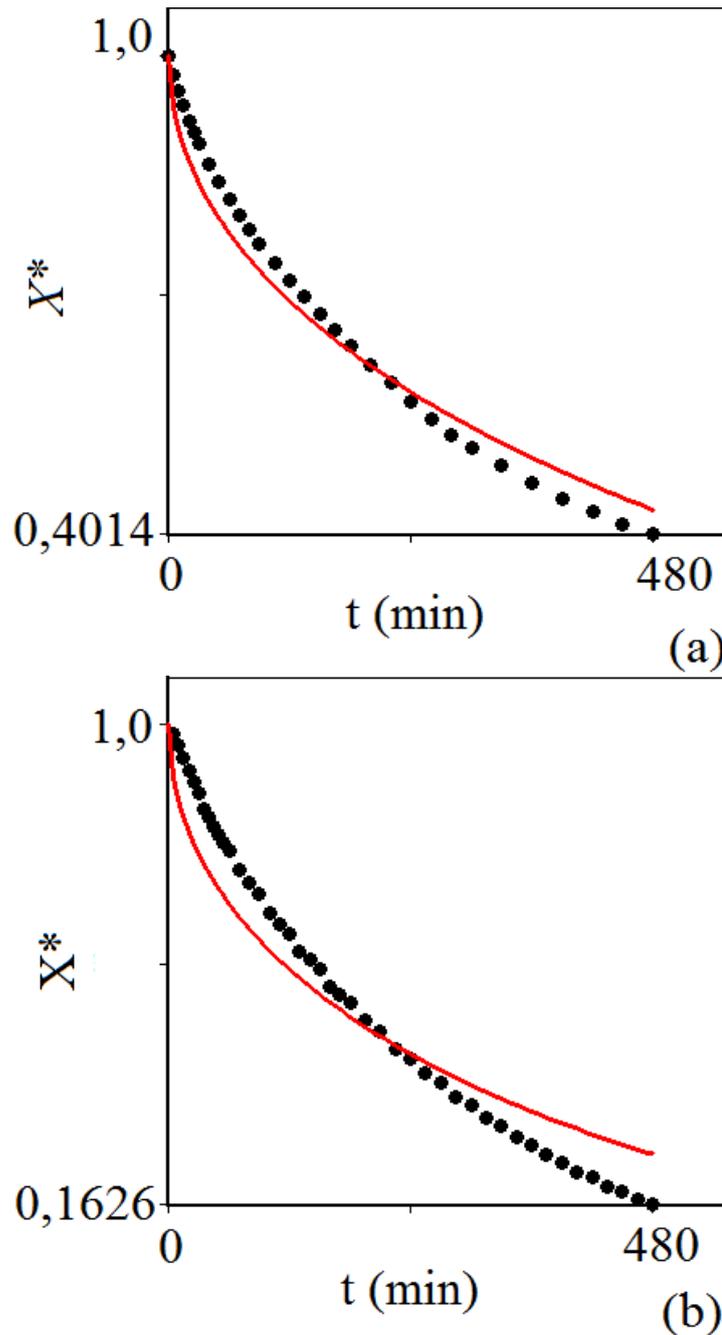


Figura 2 – Modelo de difusão com a condição de contorno do primeiro tipo, onde: (a) secagem contínua e (b) secagem intermitente de 1/2 hora

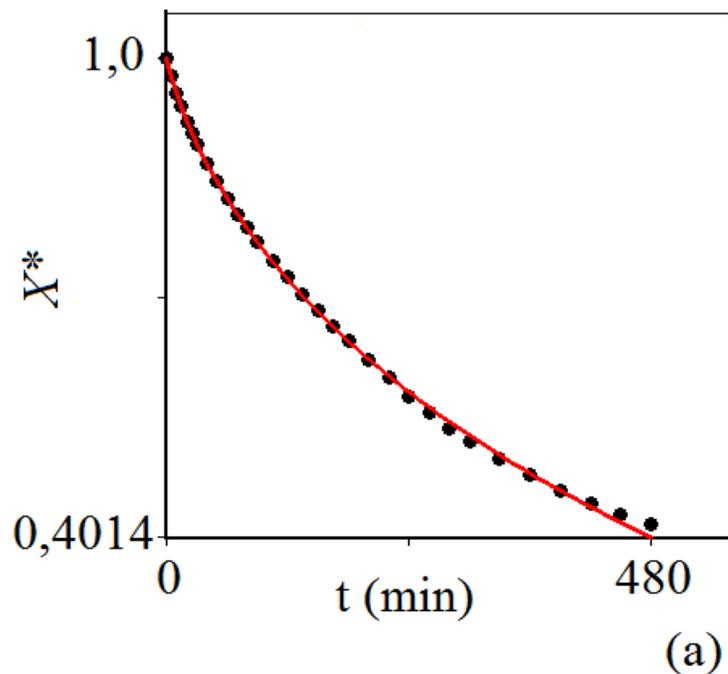
Analisando os resultados contidos na Tabela 1 e na Figura 2 possibilita afirmar que a condição de contorno do primeiro tipo é totalmente inadequada para descrever a secagem de bananas inteiras. Isto sugere que deve existir alguma resistência ao fluxo de água na superfície da banana, e tal resistência não foi considerada por este modelo.

Para a solução analítica da equação de difusão com condições de contorno do terceiro tipo. Os resultados obtidos estão contidos na Tabela 2, que também apresenta os indicadores estatísticos para esse modelo.

Tabela 2 - Resultados da otimização do modelo de difusão usando a condição de contorno do terceiro tipo.

	$D \times 10^8$ ($\text{m}^2 \text{min}^{-1}$)	$h \times 10^5$	$\chi^2 \times 10^3$	R^2	Bi
Contínua	5,6433	4,6925	0,5929	0,999405	11,50
Intermitente 1/2 h	29,3895	3,6618	1,5238	0,999512	1,72

Usando os valores obtidos para D (Difusividade efetiva) e h (Coeficiente de transferência convectiva de massa), a simulação da cinética correspondente a cada tipo de secagem, juntamente com os dados experimentais podem ser mostrados por meio da Figura 3.



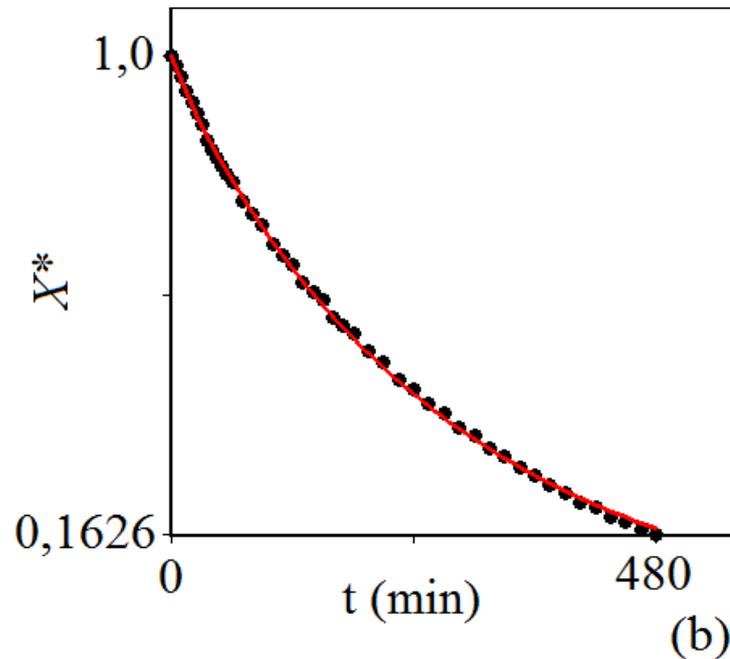


Figura 3 – Modelo de difusão usando a condição de contorno do terceiro tipo, onde: (a) secagem contínua e (b) secagem intermitente de 1/2 h.

Uma inspeção na Tabela 2 e na Figura 3 possibilita afirmar que a condição de contorno do terceiro tipo é a adequada para descrever a secagem de bananas inteiras. Pois, possuem ótimos indicadores estatísticos, além de, existir uma boa concordância entre os dados experimentais e a simulação desde os instantes iniciais até os finais.

Observa-se também, usando a condição de contorno do terceiro tipo surge um parâmetro muito importante para extrair informação sobre a distribuição de umidade durante a secagem que é o número de Biot apresentado na Tabela 2, onde o número de Biot referente à secagem contínua é de 11,5 e, para a intermitência de 1/2 h é de 1,72, indicando uma redução significativa deste parâmetro, quando comparado com a secagem contínua. Quanto menor o número de Biot mais homogênea é a distribuição de umidade dentro do produto. O que favorece ao aumento na qualidade do produto final.

Analisando-se os dois modelos de difusão, torna-se bastante óbvio observar que, para as secagens contínua e intermitente estudadas, as curvas de secagem obtidas através do software “Convective” (condição de contorno do terceiro tipo) se ajustaram melhor aos dados experimentais do que as curvas obtidas pelo “Prescribed” (condição de contorno do primeiro tipo).

4. CONCLUSÃO

Conclui-se com este estudo que o modelo de difusão com a condição de contorno do terceiro tipo é o que melhor descreve todos os processos de secagem, indicando que com a intermitência houve diminuição do número de Biot quando comparado a secagem contínua. Este efeito pode ser interpretado como uma distribuição mais homogênea de umidade com a secagem intermitente.

5. REFERÊNCIAS

BIRD, R. B.; STEWART, W. E.; LIGHTFOOT, E. N. **Transport phenomena**. 2nd Ed. New York: John Wiley & Sons, Inc., 2001, 912 p.

CHEMKHI, S.; ZAGROUBA, F. **Water diffusion coefficient in clay material from drying data**. *Desalination*, v. 185, n. 1-3, p. 491-498, 2005.

MALISKA, C. R. **Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional**. LTC Editora S.A., Rio de Janeiro, 2004, 453 p.

SAYKOVA, I.; CWICKLINSKI, G.; CASTELLE, P. Analytical approach for predicting effective diffusion coefficients in multidimensional slab geometry. **Journal of the University of Chemical Technology and Metallurgy**, v. 44, 1, p. 44-49, 2009.

SILVA, W.P.; SILVA, C. M. D. P. S. **“Prescribed” software** (2009a), online, disponível no endereço eletrônico <http://zeus.df.ufcg.edu.br/labfit/Prescribed.htm>, e acessado em janeiro/2015.

SILVA, W.P.; SILVA, C. M. D. P. S. **“Convective” software** (2009b), online, disponível no endereço eletrônico: <http://zeus.df.ufcg.edu.br/labfit/Convective.htm> data de acesso: janeiro/2015.

SILVA, C. M. D. P. S. **Difusão de massa em corpos cilíndricos: modelagem, soluções analíticas e numéricas e aplicação na secagem de bananas**. 2010. 129 p. Dissertação de Mestrado em Engenharia Agrícola. Centro de Tecnologia e Recursos Naturais, Universidade Federal de Campina Grande, PB, Brasil.

SILVA, C. M. D. P. S.; FARIAS, V. S. O.; NASCIMENTO, P. L.; SILVA, W.P.; GOMES, J. P.; LINS, M. A. A. **Determinação simultânea da difusividade efetiva e do coeficiente de transferência convectivo de massa durante a secagem de bananas inteiras usando soluções analíticas e o método inverso**. Anais do VI Congresso Nacional de Engenharia Mecânica agosto, 18-21, Campina Grande, PB, Brasil, 2010.